S©MR ISSN 1813-3304

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

http://semr.math.nsc.ru

Том 6, стр. 53–109 (2009) УДК 533,517.958
MSC 35L60,58J70,76N15

ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ ДИНАМИКИ ПОЛИТРОПНОГО ГАЗА, ПОРОЖДЕННЫЕ ТРЕХМЕРНЫМИ ПОДАЛГЕБРАМИ

Е. В. МАМОНТОВ

Abstract. We study group-theoretical solutions to the dynamic equations of polytropic gas. 95 invariant submodels are considered. In a number of cases the factorsystems can be integrated, and several submodels admit constructing partial solutions. This result is applicable in gas dynamics, aerodynamics, and physics of atmosphere.

Keywords: dynamics of polytropic gas, invariant solution, algebra of symmetry.

1. Введение

Уравнения динамики идеального политропного газа имеют следующий вид

$$\rho\, Du + \nabla p = 0, \quad D\rho + \rho\, \mathrm{div}\mathbf{u} = 0, \quad Dp + \gamma\, p\, \mathrm{div}\mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$D = \partial_t + \mathbf{u}\cdot\nabla$ – полная производная, $\mathbf{u} = (u, v, w)$ – вектор скорости, ρ – плотность, p – давление. Уравнение состояния имеет вид $p = S\,\rho^{\gamma}$, где S – энтропия, а γ – показатель адиабаты; скорость звука c определяется равенством $c^2 = \dfrac{\partial p}{\partial \rho} = \dfrac{\gamma\, p}{\rho}$.

Mamontov, E.V., Invariant solutions to dynamic of polytropic gas generated by threedimensional Lie subalgebras.

© 2009 Мамонтов Е.В.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 08-01-00047-а), Федерального агентства по науке и инновациям РФ (проект НШ-2826.2008.1) и Сибирского отделения РАН (интеграционный грант № 65).

Поступила 18 февраля 2009 г., опубликована 10 апреля 2009 г.

Система уравнений (1) допускает алгебру Ли со следующим базисом операторов:

$$
\begin{array}{ll}
X_1 = \partial_x, & X_2 = \partial_y, \\
X_3 = \partial_z, & X_4 = t\,\partial_x + \partial_u, \\
X_5 = t\,\partial_y + \partial_v, & X_6 = t\,\partial_z + \partial_w, \\
X_7 = y\,\partial_z - z\,\partial_z + v\,\partial_w - w\,\partial_v, & X_8 = z\,\partial_x - x\,\partial_z + w\,\partial_u - u\,\partial_w, \\
X_9 = x\,\partial_y - y\,\partial_x + u\,\partial_v - v\,\partial_u, & X_{10} = \partial_t, \\
X_{11} = t\,\partial_t + x\,\partial_x + y\,\partial_y + z\,\partial_z, & X_{13} = t\,\partial_t - u\,\partial_u - v\,\partial_v - w\,\partial_w - 3\,\rho\,\partial_\rho - 5\,p\,\partial_p, \\
X_{14} = \rho\,\partial_\rho + p\,\partial_p &
\end{array}
$$

Знание алгебры симметрии позволяет строить новые точные решения системы (1) [1,2]. Большой интерес представляют инвариантные решения, порожденные трехмерными алгебрами. Это объясняется тем, что соответствующие подмодели сводятся к системам обыкновенных дифференциальных уравнений. Полное описание инвариантных и частично инвариантных подмоделей, построенных по трехмерным подалгебрам было дано А. А. Черевко [3]. Им было показано, что трехмерные подалгебры порождают решения уравнений газовой динамики следующих типов: 146 инвариантных решений, 61 частично инвариантное решение и 14 барохронных решений, для которых $p = p(t)$. Барохронные решения допускают полное аналитическое описание [4]. В [5] изучены 37 инвариантных подмоделей, имеющих в качестве нормализаторов подалгебры высокой размерности.

В настоящей работе анализируются оставшиеся инвариантные подмодели. При этом используются четыре системы координат [3].

D: стандартная декартова: пространственные координаты x, y, z, время t, скорости u, v, w, плотность ρ, давление p.

C: цилиндрическая с осью x: $r = \sqrt{y^2 + z^2}$, $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{z}{y}$, $R = \sqrt{v^2 + w^2}$, $\Phi = \operatorname{arctg}\dfrac{w}{v}$; остальные переменные как в декартовой системе координат.

$$
y = r\,\cos\varphi, \quad z = r\,\sin\varphi, \quad v = R\,\cos\Phi, \quad w = R\,\sin\Phi
$$

$\mathbf{C_{56}}$: специальная: $q = \sqrt{y^2 + z^2}$, $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{z}{y}$, $Q = \sqrt{\left(v - \dfrac{y}{t}\right)^2 + \left(w - \dfrac{z}{t}\right)^2}$, $\Phi = \operatorname{arctg}\dfrac{w - \dfrac{z}{t}}{v - \dfrac{y}{t}}$; остальные переменные как в декартовой системе координат.

$$
y = q\,\cos\varphi, \quad z = q\,\sin\varphi, \quad v = \frac{y}{t} + Q\,\cos\Phi, \quad w = \frac{z}{t} + Q\,\sin\Phi
$$

E: специальная: $v = \dfrac{t\,y + z}{1 + t^2} + V\,\cos\theta$, $w = \dfrac{t\,z - y}{1 + t^2} + V\,\sin\theta$; остальные переменные как в декартовой системе координат.

Номер подалгебры – это ее номер среди трехмерных подалгебр в оптимальной системе, построенной в [6]. При указании базиса вместо операторов приведены их номера. Например, запись $4 + 10$ следует читать как $X_4 + X_{10}$.

2. Декартова система координат

Подалгебра № 6.

Базис подалгебры: $2, 3, 4 + a\,6 + 10, \quad a \neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (8. 58)=<1, 2, 3, 5, 6, 4+10, -2 11+13, 14 >

Инварианты: $x - \dfrac{t^2}{2}, \quad u - t, \quad v, \quad w - a\,t, \quad p, \quad \rho.$

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma) + t, v = I_3(\sigma), w = I_4(\sigma) + a\,t, p = I_5(\sigma), \rho = I_6(\sigma), \quad \sigma = x - \frac{t^2}{2}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&I_2\,I_6\,I_2' + I_5' + I_6 = 0,\\
&I_2\,I_3' = 0,\\
&I_2\,I_4' + a = 0,\\
&I_6\,I_2' + I_2\,I_6' = 0,\\
&\gamma\,I_5\,I_2' + I_2\,I_5' = 0
\end{aligned}$$

Из четвертого уравнения $I_2\,I_6 = C_1$. Из второго уравнения $I_3 = C_2$. Из пятого уравнения $I_5\,I_2^\gamma = C_3$. Первое уравнение приобретает вид

$$(C_1 - \gamma\,C_3\,I_2^{-\gamma-1})\,I_2' + \frac{C_1}{I_2} = 0$$

и и может быть проинтегрировано

$$C_1\,\sigma + \frac{C_1}{2}\,I_2^2 + C_3\,\frac{\gamma}{\gamma-1}\,I_2^{1-\gamma} = C_4$$

I_4 находится из третьего уравнения.

Возьмем $\gamma = 3$. Тогда для I_2 получаем биквадратное уравнение

$$C_1\,I_2^4 + 2\,(C_1\,\sigma - C_4)\,I_2^2 + 3\,C_3 = 0$$

откуда

$$I_2 = \pm\sqrt{C_4 - C_1\,\sigma \pm \sqrt{(C_4 - C_1\,\sigma)^2 - 3\,C_1\,C_3}}$$

Подалгебра № 7.

Базис подалгебры: $2, 3, 4 + 10.$
Нормализатор подалгебры: (9. 17)=<1, 2, 3, 5, 6, 7, 4+10, 2 11-13, 14 >

Инварианты: $x - \dfrac{t^2}{2}, \quad u - t, \quad v, \quad w, \quad p, \quad \rho.$

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma) + t, v = I_3(\sigma), w = I_4(\sigma), p = I_5(\sigma), \rho = I_6(\sigma), \quad \sigma = x - \frac{t^2}{2}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_2\, I_6\, I_2' + I_5' + I_6 = 0,\\
&I_2\, I_3' = 0,\\
&I_2\, I_4' = 0,\\
&I_6\, I_2' + I_2\, I_6' = 0,\\
&\gamma\, I_5\, I_2' + I_2\, I_5' = 0
\end{aligned}
$$

Если $I_2 \equiv 0$, то I_3, I_4, I_5 – произвольные функции, $I_6 = -I_5'$.

Если $I_2 \not\equiv 0$, то $I_3 = C_1, I_4 = C_2, I_5 = C_3\, I_2^{-\gamma}, I_6 = \dfrac{C_4}{I_2}$. Тогда первое уравнение дает

$$(C_4\, I_2 - \gamma\, C_3\, I_2^{-\gamma})\, I_2' + C_4 = 0$$

и

$$\frac{C_4}{2}\, I_2^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1}\, C_3\, I_2^{1-\gamma} + C_4\, \sigma = C_5$$

Подалгебра № 8.

Базис подалгебры: $2, 3, 6 + 10$.
Нормализатор подалгебры: (8. 56)=<1, 2, 3, 5, 6, 10, a 11+13, b 11+14 >

Инварианты: $x, \quad u, \quad v, \quad w - t, \quad p, \quad \rho.$

Представление решения:

$$u = I_2(x), v = I_3(x), w = I_4(x) + t, p = I_5(x), \rho = I_6(x).$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_2\, I_6\, I_2' + I_5' = 0,\\
&I_2\, I_6\, I_3' = 0,\\
&I_2\, I_6\, I_4' + I_6 = 0,\\
&I_6\, I_2' + I_2\, I_6' = 0,\\
&\gamma\, I_5\, I_2' + I_2\, I_5' = 0
\end{aligned}
$$

Система интегрируется:

$$I_2 = C_1, \quad I_3 = C_2, \quad I_4 = C_3 - \frac{x}{C_1}, \quad I_5 = C_4, \quad I_6 = C_5$$

Подалгебра № 9.

Базис подалгебры: $2, 3, 10$.
Нормализатор подалгебры: (10. 6)=<1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14 >

Инварианты: $x, \quad u, \quad v, \quad w, \quad p, \quad \rho.$

Представление решения:

$$u = I_2(x), v = I_3(x), w = I_4(x), p = I_5(x), \rho = I_6(x)$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&I_2\, I_6\, I_2' + I_5' = 0,\\
&I_2\, I_6\, I_3' = 0,\\
&I_2\, I_6\, I_4' = 0,\\
&I_6\, I_2' + I_2\, I_6' = 0,\\
&\gamma\, I_5\, I_2' + I_2\, I_5' = 0
\end{aligned}$$

Если $I_2 \equiv 0$, то $I_5 =$const, остальные функции - произвольны.
Если $I_2 \not\equiv 0$, то все функции постоянны.

Подалгебра № 25.

Базис подалгебры: $2, 3, 1 + 13 + a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (6. 119)=<1, 2, 3, 7+a 11, b 11+a 13, c 11+14 >

Инварианты: $x - \ln t, \quad t\,u, \quad t\,v, \quad t\,w, \quad p\,t^{-a}, \quad \rho\,t^{-2-a}$.

Представление решения:

$$u = \frac{I_2(\sigma)}{t}, v = \frac{I_3(\sigma)}{t}, w = \frac{I_4(\sigma)}{t}, p = t^a\, I_5(\sigma), \rho = t^{2+a}\, I_6(\sigma), \quad \sigma = x - \ln t.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(I_2 - 1)\, I_6\, I_2' + I_5' - I_2\, I_6 = 0,\\
&(I_2 - 1)\, I_3' - I_3 = 0,\\
&(I_2 - 1)\, I_4' - I_4 = 0,\\
&I_6\, I_2' + (I_2 - 1)\, I_6' + (a + 2)\, I_6 = 0,\\
&\gamma\, I_5\, I_2' + (I_2 - 1)\, I_5' + a\, I_5 = 0
\end{aligned}$$

Из второго и третьего уравнений $\dfrac{I_3}{I_4} = C$.

Подалгебра № 39.

Базис подалгебры: $4, 11, 13 + a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (5. 166)=<4, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{z}{y}, \quad \dfrac{tu - x}{y}, \quad \dfrac{tv}{y}, \quad \dfrac{tw}{y}, \quad p\,t^{-a}\,y^a, \quad \rho\,t^{-2-a}\,y^{2+a}$.

Представление решения:

$$u = \frac{y\, I_2(\sigma) + x}{t}, v = \frac{y\, I_3(\sigma)}{t}, w = \frac{y\, I_4(\sigma)}{t}, p = t^a\, y^{-a}\, I_5(\sigma), \rho = t^{2+a}\, y^{-2-a}\, I_6(\sigma), \quad \sigma = \frac{z}{y}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(I_2 - a\,I_4 + t\,I_2')\,I_6 = 0,\\
&I_6\,I_3' = 0,\\
&I_6\,I_4' = 0,\\
&I_6' + \frac{1}{t}\,I_6 = 0,\\
&I_5' + \frac{\gamma}{t}\,I_5 = 0
\end{aligned}
$$

Если $I_6 \equiv 0$, то $I_5 = C\,t^{-\gamma}$, I_2, I_3, I_4 – произвольны.
Если $I_6 \not\equiv 0$, то

$$
I_2 = a\,C_1 + \frac{C_2}{t}, \quad I_3 = C_3, \quad I_4 = C_1, \quad I_5 = C_5\,t^{-\gamma}, \quad I_6 = \frac{C_4}{t}
$$

Подалгебра № 41.

Базис подалгебры: $4, 11, 5 + 14$.
Нормализатор подалгебры: (5. 41)=<4, 5, 6, 11, a 13+b 14 >, $a^2 + b^2 = 1$.

Инварианты: $\frac{z}{t}, \quad \frac{tu - x}{t}, \quad \frac{tv - y}{t}, \quad w, \quad p\,e^{-\frac{y}{t}}, \quad \rho\,e^{-\frac{y}{t}}.$

Представление решения:

$$
u = \frac{t\,I_2(\sigma) + x}{t}, v = \frac{t\,I_3(\sigma) + y}{t}, w = I_4(\sigma), p = e^{\frac{y}{t}}\,I_5(\sigma), \rho = e^{\frac{y}{t}}\,I_6(\sigma), \quad \sigma = \frac{z}{t}.
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(I_2 + (I_4 - \sigma)\,I_2')\,I_6 = 0,\\
&I_5 + I_6\,(I_3 + (I_4 - \sigma)\,I_3') = 0,\\
&I_6\,(I_4 - \sigma)\,I_4' + I_5' = 0,\\
&I_6\,(I_4' + I_3 + 2) + (I_4 - \sigma)\,I_6' = 0,\\
&I_5\,(\gamma\,I_4' + I_3 + 2\,\gamma) + (I_4 - \sigma)\,I_5' = 0
\end{aligned}
$$

Если $I_6 \equiv 0$, то $I_5 = 0$, I_2, I_3, I_4 – произвольны.
Если $I_6 \not\equiv 0$, то

$$
\begin{aligned}
&I_2 + (I_4 - \sigma)\,I_2' = 0,\\
&I_5 + I_6\,(I_3 + (I_4 - \sigma)\,I_3') = 0,\\
&I_6\,(I_4 - \sigma)\,I_4' + I_5' = 0,\\
&I_6\,(I_4' + I_3 + 2) + (I_4 - \sigma)\,I_6' = 0,\\
&I_5\,(\gamma\,I_4' + I_3 + 2\,\gamma) + (I_4 - \sigma)\,I_5' = 0
\end{aligned}
$$

Частное решение.

$$
\gamma = 1, \quad I_2 = 0, \quad I_3 = -3, \quad I_4 = \sigma, \quad I_5 = C, \quad I_6 = \frac{C}{3}.
$$

Подалгебра № 42.

Базис подалгебры: $4, 5+11, a\,5+b\,6+14$.
Нормализатор подалгебры: (5. 41)=<4, 5, 6, 11, a 13+b 14 >, $a^2+b^2=1$.

Инварианты:

$$\frac{a\,z-b\,y+b\,t\,\ln t}{a\,t},\quad \frac{tu-x}{t},\quad \frac{tv-y}{t},\quad \frac{a\,t\,w-b\,y+b\,t\,\ln t}{a\,t},\quad p\,e^{-\frac{y}{a\,t}}\,t^{\frac{1}{a}},\quad \rho\,e^{-\frac{y}{a\,t}}\,t^{\frac{1}{a}}.$$

Представление решения:

$$u=\frac{t\,I_2(\sigma)+x}{t},\quad v=\frac{t\,I_3(\sigma)+y}{t},\quad w=\frac{a\,t\,I_4(\sigma)+b\,y-b\,t\,\ln t}{a\,t},$$
$$p=e^{\frac{y}{a\,t}}\,t^{-\frac{1}{a}}\,I_5(\sigma),\quad \rho=e^{\frac{y}{a\,t}}\,t^{-\frac{1}{a}}\,I_6(\sigma),\quad \sigma=\frac{a\,z-b\,y+b\,t\,\ln t}{a\,t}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(a\,I_4-b\,I_3+b-a\,\sigma)\,I_6\,I_2'+a\,I_2\,I_6=0,\\
&(a\,I_4-b\,I_3+b-a\,\sigma)\,I_6\,I_3'-b\,I_5'+a\,I_3\,I_6+I_5=0,\\
&(a\,I_4-b\,I_3+b-a\,\sigma)\,I_6\,I_4'+a\,I_5'+b\,I_3\,I_6-b\,I_6=0,\\
&(a\,I_4-b\,I_3+b-a\,\sigma)\,I_6'-b\,I_6\,I_3'+a\,I_6\,I_4'+I_3\,I_6+(2\,a-1)\,I_6=0,\\
&(a\,I_4-b\,I_3+b-a\,\sigma)\,I_5'-b\,\gamma\,I_5\,I_3'+a\,\gamma\,I_5\,I_4'+I_3\,I_5+(2\,a\,\gamma-1)\,I_5=0
\end{aligned}$$

Потребуем $a\,I_4-b\,I_3+b-a\,\sigma=0$, тогда при $\gamma=1$ получаем решение

$$I_2=0,\quad I_3=1-3\,a,\quad I_4=\sigma-3\,b,\quad I_5=C\,e^{\frac{3\,b\,\sigma}{3(a^2+b^2)-a}},\quad I_6=\frac{C}{3(a^2+b^2)-a}\,e^{\frac{3\,b\,\sigma}{3(a^2+b^2)-a}}$$

Подалгебра № 43.

Базис подалгебры: $1, a\,4+5+11, b\,4+c\,5+d\,6+14$.
Нормализатор подалгебры: (6. 47)=<1, 4, 5, 6, 11, a 13+b 14 >, $a^2+b^2=1$.

Инварианты:

$$\frac{c\,z-d\,y+d\,t\,\ln t}{c\,t},\quad \frac{c\,t\,u-b\,y-a\,c\,t\,\ln t+b\,t\,\ln t}{c\,t},\quad \frac{tv-y}{t},$$
$$\frac{c\,t\,w-d\,y+d\,t\,\ln t}{c\,t},\quad p\,e^{-\frac{y}{c\,t}}\,t^{\frac{1}{c}},\quad \rho\,e^{-\frac{y}{c\,t}}\,t^{\frac{1}{c}}$$

.

Представление решения:

$$u = \frac{c\,t\,I_2(\sigma) + b\,y + a\,c\,t\,\ln t - b\,t\,\ln t}{c\,t}, \quad v = \frac{t\,I_3(\sigma) + y}{t}, \quad w = \frac{c\,t\,I_4(\sigma) + d\,y - d\,t\,\ln t}{c\,t},$$

$$p = e^{\frac{y}{c\,t}}\,t^{-\frac{1}{c}}\,I_5(\sigma), \quad \rho = e^{\frac{y}{c\,t}}\,t^{-\frac{1}{c}}\,I_6(\sigma), \quad \sigma = \frac{c\,z - d\,y + d\,t\,\ln t}{c\,t}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(c\,I_4 - d\,I_3 + d - c\,\sigma)\,I_2' + b\,I_3 + a\,c - b = 0,\\
&(c\,I_4 - d\,I_3 + d - c\,\sigma)\,I_6\,I_3' - d\,I_5' + c\,I_3\,I_6 + I_5 = 0,\\
&(c\,I_4 - d\,I_3 + d - c\,\sigma)\,I_6\,I_4' + c\,I_5' + d\,I_3\,I_6 - d\,I_6 = 0,\\
&(c\,I_4 - d\,I_3 + d - c\,\sigma)\,I_6' - d\,I_6\,I_3' + c\,I_6\,I_4' + I_3\,I_6 + (c-1)\,I_6 = 0,\\
&(c\,I_4 - d\,I_3 + d - c\,\sigma)\,I_5' - d\,\gamma\,I_5\,I_3' + c\,\gamma\,I_5\,I_4' + I_3\,I_5 + (c\,\gamma - 1)\,I_5 = 0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 49.

Базис подалгебры: 1, 11, 13+a 14.
Нормализатор подалгебры: (5. 167)=<1, 7, 11, 13, 14 >
Инварианты: $\frac{z}{y}$, $\frac{u\,t}{y}$, $\frac{v\,t}{y}$, $\frac{w\,t}{y}$, $p\,t^{-a}\,y^{a}$, $\rho\,t^{-2-a}\,y^{2+a}$.
Представление решения:

$$u = \frac{I_2(\sigma)\,y}{t}, v = \frac{I_3(\sigma)\,y}{t}, w = \frac{I_4(\sigma)\,y}{t}, p = I_5(\sigma)\,t^{a}\,y^{-a}, \rho = I_6(\sigma)\,t^{2+a}\,y^{-2-a}, \quad \sigma = \frac{z}{y}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(I_4 - \sigma\,I_3)\,I_2' + I_2\,I_3 - I_2 = 0,\\
&-(I_4 - \sigma\,I_3)\,I_6\,I_3' + \sigma\,I_5' - I_3^2\,I_6 + I_3\,I_6 + a\,I_5 = 0,\\
&(I_4 - \sigma\,I_3)\,I_6\,I_4' + I_5' + I_3\,I_4\,I_6 - I_4\,I_6 = 0,\\
&\sigma\,I_6\,I_3' - I_6\,I_4' - (I_4 - \sigma\,I_3)\,I_6' + (a+1)\,I_3\,I_6 - (a+2)\,I_6 = 0,\\
&-\gamma\,\sigma\,I_5\,I_3' + \gamma\,I_5\,I_4' + (I_4 - \sigma\,I_3)\,I_5' + (\gamma - a)\,I_3\,I_5 + a\,I_5 = 0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 53.

Базис подалгебры: 1, 10, a 11+13+b 14, $a \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 109)=<1, 7, 10, 11, 13, 14 >
Инварианты: $\frac{z}{y}$, $u\,y^{\frac{1}{a}}$, $v\,y^{\frac{1}{a}}$, $w\,y^{\frac{1}{a}}$, $p\,y^{-\frac{b}{a}}$, $\rho\,y^{-\frac{b+2}{a}}$.
Представление решения:

$$u = I_2(\sigma)\,y^{-\frac{1}{a}}, v = I_3(\sigma)\,y^{-\frac{1}{a}}, w = I_4(\sigma)\,y^{-\frac{1}{a}}, p = I_5(\sigma)\,y^{\frac{b}{a}}, \rho = I_6(\sigma)\,y^{\frac{b+2}{a}}, \quad \sigma = \frac{z}{y}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&a\,(\sigma\,I_3-I_4)\,I_6\,I_2'+I_2\,I_3\,I_6=0,\\
&a\,(\sigma\,I_3-I_4)\,I_6\,I_3'+a\,\sigma\,I_5'+I_3^2\,I_6-b\,I_5=0,\\
&a\,(\sigma\,I_3-I_4)\,I_6\,I_4'-a\,I_5'+I_3\,I_4\,I_6=0,\\
&a\,(\sigma\,I_3-I_4)\,I_6'+a\,\sigma\,I_6\,I_3'-a\,I_6\,I_4'-(b+1)\,I_3\,I_6=0,\\
&a\,(\sigma\,I_3-I_4)\,I_5'+a\,\gamma\,\sigma\,I_5\,I_3'-a\,\gamma\,I_5\,I_4'+(\gamma-b)\,I_3\,I_5=0
\end{aligned}
$$

Частное решение (C – произвольная постоянная):

$$
a=\frac{\gamma+1}{\gamma-1},\quad b=\frac{2\,\gamma}{1-\gamma},\quad I_2=0,\quad I_3=1,\quad I_4=\sigma,
$$
$$
I_5=\frac{C}{b}\,(\sigma^2+1)^{-\frac{\gamma}{\gamma+1}},\quad I_6=C\,(\sigma^2+1)^{-\frac{2\,\gamma+1}{\gamma+1}}
$$

При этом $c^2=\dfrac{\gamma\,p}{\rho}=\dfrac{1-\gamma}{2}\,y^{-\frac{4\gamma}{\gamma+1}}\,(y^2+z^2)$

Подалгебра № 57.

Базис подалгебры: 1, 10, 2+13+a 14.
Нормализатор подалгебры: (6. 161)=$<$1, 2, 3, 10, a 11+13, b 11+14 $>$
Инварианты:$z, u\,e^y, v\,e^y, w\,e^y, p\,e^{-ay}, \rho\,e^{(-2-a)y}$.
Представление решения:

$$
u=I_2(z)\,e^{-y}, v=I_3(z)\,e^{-y}, w=I_4(z)\,e^{-y}, p=I_5(z)\,e^{ay}, \rho=I_6(z)\,e^{(2+a)y}.
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(I_4\,I_2'-I_2\,I_3)\,I_6=0,\\
&a\,I_5+I_6\,(I_4\,I_3'-I_3^2)=0,\\
&I_4\,I_6\,I_4'+I_5'-I_3\,I_4\,I_6=0,\\
&I_6\,I_4'+I_4\,I_6'+(a+1)\,I_3\,I_6=0,\\
&\gamma\,I_5\,I_4'+I_4\,I_5'+(a-\gamma)\,I_3\,I_5=0
\end{aligned}
$$

Если $I_6\equiv 0, a\neq 0$, то $I_5=0$, I_2, I_3, I_4 – произвольны. Если $a=0$, I_5 также произвольно.

Если $I_6\not\equiv 0$, то система переписывается в виде

$$
\begin{aligned}
&I_4\,I_2'-I_2\,I_3=0,\\
&a\,I_5+I_6\,(I_4\,I_3'-I_3^2)=0,\\
&I_4\,I_6\,I_4'+I_5'-I_3\,I_4\,I_6=0,\\
&I_6\,I_4'+I_4\,I_6'+(a+1)\,I_3\,I_6=0,\\
&\gamma\,I_5\,I_4'+I_4\,I_5'+(a-\gamma)\,I_3\,I_5=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 60.

Базис подалгебры: 1, 10, 4+11+a 14.

Нормализатор подалгебры: (6. 10)=< 1, 4, 7, 10, 11, a 13+b 14 >
Инварианты:

$$\frac{z}{y}, \quad u-\ln y, \quad v, \quad w, \quad p\,y^{-a}, \quad \rho\,y^{-a}.$$

Представление решения:

$$u=I_2(\sigma)+\ln y, v=I_3(\sigma), w=I_4(\sigma),$$
$$p=I_5(\sigma)\,y^a, \rho=I_6(\sigma)\,y^a, \sigma=\frac{z}{y}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(I_4-\sigma\,I_3)\,I_2'+I_3=0,\\
&(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6\,I_3'-\sigma\,I_5'+a\,I_5=0,\\
&(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6\,I_4'+I_5'=0,\\
&-\sigma\,I_6\,I_3'+I_6\,I_4'+(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6'+a\,I_3\,I_6=0,\\
&-\gamma\,\sigma\,I_5\,I_3'+\gamma\,I_5\,I_4'+(I_4-\sigma\,I_3)\,I_5'+a\,I_3\,I_5=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 62.

Базис подалгебры: 3, 4+a 6+10, 2 11-13+d 14.
Нормализатор подалгебры: (4. 240)=< 3, 4+a 6+10, -2 11+13, 14 >
Инварианты:

$$\frac{v}{u-t}, \quad \frac{w-a\,t}{u-t}, \quad \frac{2\,x-t^2}{2\,y}, \quad \frac{y}{(u-t)^2}, \quad p\,(u-t)^{-d}, \quad \rho\,(u-t)^{2-d}.$$

Представление решения:

$$u=\sqrt{\frac{y}{I_4(\sigma)}}+t, v=I_1(\sigma)\,\sqrt{\frac{y}{I_4(\sigma)}}, w=I_2(\sigma)\,\sqrt{\frac{y}{I_4(\sigma)}}+a\,t,$$
$$p=I_5(\sigma)\,\left(\sqrt{\frac{y}{I_4(\sigma)}}\right)^d, \rho=I_6(\sigma)\,\left(\sqrt{\frac{y}{I_4(\sigma)}}\right)^d\,\frac{I_4(\sigma)}{y}, \sigma=\frac{2\,x-t^2}{2\,y}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&[(\sigma\,I_1-1)\,I_6-d\,I_5]\,I_4'+2\,I_4\,I_5'+I_1\,I_4\,I_6+2\,I_4^2\,I_6=0,\\
&-2\,(\sigma\,I_1-1)\,I_4\,I_6\,I_1'+[(\sigma\,I_1-1)\,I_6+d\,\sigma\,I_5]\,I_4'-2\,\sigma\,I_4\,I_5'+I_1^2\,I_4\,I_6+d\,I_4\,I_5=0,\\
&-2\,(\sigma\,I_1-1)\,I_4\,I_2'+(\sigma\,I_1-1)\,I_2\,I_4'+I_1\,I_2\,I_4+2\,a\,I_4^2=0,\\
&-2\,\sigma\,I_4\,I_6\,I_1'+(d-1)(\sigma\,I_1-1)\,I_6\,I_4'-2\,(\sigma\,I_1-1)\,I_4\,I_6'+(d-1)\,I_1\,I_4\,I_6=0,\\
&-2\,\gamma\,\sigma\,I_4\,I_5\,I_1'+(d+\gamma)(\sigma\,I_1-1)\,I_5\,I_4'-2\,(\sigma\,I_1-1)\,I_4\,I_5'+(d+\gamma)\,I_1\,I_4\,I_5=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 64.

Базис подалгебры: 3, 4+a 6+10, b 1+c 2+d 6+14, $\quad b^2+c^2=1$.

Нормализатор подалгебры: (6. 80)=< 1, 2, 3, 6, 4+10, 14 >
Инварианты:

$$2\,b\,y-2\,c\,x+c\,t^2,\quad u-t,\quad v,\quad d\,y+a\,c\,t-c\,w,\quad p\,e^{\frac{a\,t-w}{d}},\quad \rho\,e^{\frac{a\,t-w}{d}}.$$

Представление решения:

$$u=I_2(\sigma)+t, v=I_3(\sigma), w=\frac{d\,y+a\,c\,t-I_4(\sigma)}{c},$$
$$p=I_5(\sigma)\,e^{\frac{d\,y-I_4(\sigma)}{c\,d}}, \rho=I_6(\sigma)\,e^{\frac{d\,y-I_4(\sigma)}{c\,d}}, \sigma=2\,b\,y-2\,c\,x+c\,t^2.$$

Факторсистема:

$$d\,(b\,I_3-c\,I_2)\,I_6\,I_2'+I_5\,I_4'-c\,d\,I_5'+\frac{d}{2}\,I_6=0,$$
$$c\,d\,(b\,I_3-c\,I_2)\,I_6\,I_3'-b\,I_5\,I_4'+b\,c\,d\,I_5'+\frac{d}{2}\,I_5=0,$$
$$(b\,I_3-c\,I_2)\,I_4'-\frac{d}{2}\,I_3-\frac{a\,c}{2}=0,$$
$$c^2\,d\,I_6\,I_2'-b\,c\,d\,I_6\,I_3'+(b\,I_3-c\,I_2)\,I_4'-c\,d\,(b\,I_3-c\,I_2)\,I_6'-\frac{d}{2}\,I_3\,I_6=0,$$
$$c^2\,d\,\gamma\,I_5\,I_2'-b\,c\,d\,\gamma\,I_5\,I_3'+(b\,I_3-c\,I_2)\,I_5\,I_4'-c\,d\,(b\,I_3-c\,I_2)\,I_5'-\frac{d}{2}\,I_3\,I_5=0$$

Подалгебра № 68.

Базис подалгебры: 1, 4+10, 2 11-13+a 14.
Нормализатор подалгебры: (5. 174)=< 1, 7, 4+10, 2 11-13, 14 >
Инварианты:

$$\frac{z}{y},\quad \frac{u-t}{\sqrt{y}},\quad \frac{v}{\sqrt{y}},\quad \frac{w}{\sqrt{y}},\quad p\,y^{-\frac{a}{2}},\quad \rho\,y^{1-\frac{a}{2}}.$$

Представление решения:

$$u=I_2(\sigma)\,\sqrt{y}+t, v=I_3(\sigma), w=I_4(\sigma),$$
$$p=I_5(\sigma)\,y^{\frac{a}{2}}, \rho=I_6(\sigma)\,y^{\frac{a}{2}-1}, \sigma=\frac{z}{y}.$$

Факторсистема:

$$(I_4-\sigma\,I_3)\,I_2'+\frac{1}{2}\,I_2\,I_3+1=0,$$
$$(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6\,I_3'-\sigma\,I_5'+\frac{1}{2}\,I_3^2\,I_6+\frac{a}{2}\,I_5=0,$$
$$(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6\,I_4'+I_5'+\frac{1}{2}\,I_3\,I_4\,I_6=0,$$
$$-\sigma\,I_6\,I_3'+I_6\,I_4'+(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6'+\frac{a-1}{2}\,I_3\,I_6=0,$$
$$-\gamma\,\sigma\,I_5\,I_3'+\gamma\,I_5\,I_4'+(I_4-\sigma\,I_3)\,I_5'+\frac{a+\gamma}{2}\,I_3\,I_5=0$$

Подалгебра № 71.

Базис подалгебры: 1, a 4+10, 3+b 4+14 $\quad a^2+b^2=1$.
Нормализатор подалгебры: (6. 40)=< 1, 2, 3, 4, 10, a 11+b 14 >
Инварианты:

$$y, \quad u-a\,t-b\,z, \quad v, \quad w, \quad p\,e^{-z}, \quad \rho\,e^{-z}.$$

Представление решения:

$$u=I_2(y)+a\,t+b\,z, v=I_3(y), w=I_4(y),$$
$$p=I_5(y)\,e^z, \rho=I_6(y)\,e^z.$$

Факторсистема:

$$I_3\,I_2'+b\,I_4+a=0,$$
$$I_3\,I_6\,I_3'+I_5'=0,$$
$$I_3\,I_6\,I_4'+I_5=0,$$
$$I_6\,I_3'+I_3\,I_6'+I_4\,I_6=0,$$
$$\gamma\,I_5\,I_3'+I_3\,I_5'+I_4\,I_5=0$$

Подалгебра № 73.

Базис подалгебры:
$a\,1+c\,3+5, b\,1+d\,2+6, s\,1+g\,2+k\,3+4+a14, \quad a^2+b^2+(c+d)^2=1.$
Нормализатор подалгебры: (4. 244)=<a 1+c 3+5, b 1+d 2+6, -11+13, 14 >
Инварианты:

$$t, \quad \frac{u}{(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z}, \quad \frac{(t^2-c\,d)\,v-t\,y+d\,z}{(t^2-c\,d)\,[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]},$$
$$\frac{(t^2-c\,d)\,w-t\,z+c\,y}{(t^2-c\,d)\,[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]},$$
$$p\,[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]^{-s}, \quad \rho\,[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]^{2-s}.$$

Представление решения:

$$u=[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]\,I_2(t),$$
$$v=I_3(t)+\frac{t\,y-d\,z}{(t^2-c\,d)\,[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]},$$
$$w=I_4(t)+\frac{t\,z-c\,y}{(t^2-c\,d)\,[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]},$$
$$p=I_5(t)\,[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]^s,$$
$$\rho=I_6(t)\,[(t^2-c\,d)\,x+(b\,c-a\,t)\,y+(a\,d-b\,t)\,z]^{s-2}.$$

Факторсистема:

$$(t^2-c\,d)\,I_6\,I_2'+[2\,t+(b\,c-a\,t)(t^2-c\,d)\,I_3+(a\,d-b\,t)(t^2-c\,d)\,I_4]\,I_2\,I_6+$$
$$(t^2-c\,d)^2\,I_2^2\,I_6+s\,(t^2-c\,d)^2\,I_5=0,$$
$$(t^2-c\,d)\,I_6\,I_3'+[3\,t+(t^2-c\,d)^2\,I_2+(a\,d-b\,t)(t^2-c\,d)\,I_4]\,I_3\,I_6+$$
$$(b\,c-a\,t)(t^2-c\,d)\,I_3^2\,I_6-d\,I_4\,I_6+s\,(b\,c-a\,t)(t^2-c\,d)\,I_5=0,$$
$$(t^2-c\,d)\;I_6\,I_4'+(t^2-c\,d)^2\,I_2\,I_4\,I_6+[(b\,c-a\,t)(t^2-c\,d)\,I_4-c]\,I_3\,I_6+$$
$$3\,t\,I_4\,I_6+(a\,d-b\,t)(t^2-c\,d)\,I_4^2\,I_6+s\,(a\,d-b\,t)(t^2-c\,d)\,I_5=0,$$
$$(t^2-c\,d)\,I_6'+(s-1)(t^2-c\,d)^2\,I_2\,I_6+(s-1)(b\,c-a\,t)(t^2-c\,d)\,I_3\,I_6+2\,(s-1)\,t\,I_6+$$
$$(s-1)\,[-b\,t^3+a\,d\,t^2+b\,c\,d\,t-a\,c\,d^2]\,I_4\,I_6=0,$$
$$(t^2-c\,d)\,I_5'+(s+\gamma)(t^2-c\,d)^2\,I_2\,I_5+(s+\gamma)(b\,c-a\,t)(t^2-c\,d)\,I_3\,I_5+2\,(s+\gamma)\,t\,I_5+$$
$$(s+\gamma)\,[-b\,t^3+a\,d\,t^2+b\,c\,d\,t-a\,c\,d^2]\,I_4\,I_5=0$$

Подалгебра № 75.

Базис подалгебры:
$a\,1+c\,3+5, b\,1+d\,2+6, s\,1+g\,2+k\,3+4+a14, \quad a^2+b^2+(c+d)^2=1.$
Нормализатор подалгебры: (7. 53)=< 1, 2, 3, 4, 5, 6, a 11-a 13+b 14 >
Инварианты:

$$t, \quad u+\frac{(c\,d-t^2)\,x+(a\,t-b\,c)\,y+(b\,t-a\,d)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)},$$
$$v+\frac{(g\,t-d\,k)\,x+(b\,k-s\,t-t^2)\,y+(d\,s-b\,g+d\,t)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)},$$
$$w+\frac{(k\,t-c\,g)\,x+(c\,s-a\,k+c\,t)\,y+(a\,g-s\,t-t^2)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)},$$
$$p\,e^{\frac{(c\,d-t^2)\,x+(a\,t-b\,c)\,y+(b\,t-a\,d)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)}}, \quad \rho\,e^{\frac{(c\,d-t^2)\,x+(a\,t-b\,c)\,y+(b\,t-a\,d)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)}}.$$

Представление решения:

$$u=I_2(t)-\frac{(c\,d-t^2)\,x+(a\,t-b\,c)\,y+(b\,t-a\,d)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)},$$
$$v=I_3(t)-\frac{(g\,t-d\,k)\,x+(b\,k-s\,t-t^2)\,y+(d\,s-b\,g+d\,t)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)},$$
$$w=I_4(t)-\frac{(k\,t-c\,g)\,x+(c\,s-a\,k+c\,t)\,y+(a\,g-s\,t-t^2)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)},$$
$$p=I_5(t)\,e^{-\frac{(c\,d-t^2)\,x+(a\,t-b\,c)\,y+(b\,t-a\,d)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)}} \quad \rho=I_6(t)\,e^{-\frac{(c\,d-t^2)\,x+(a\,t-b\,c)\,y+(b\,t-a\,d)\,z}{a\,(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)}}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&\left[a(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)\right]\,I_6\,I_2'+(t^2-c\,d)\,I_2\,I_6+\\
&(b\,c-a\,t)\,I_3\,I_6+(a\,d-b\,t)\,I_4\,I_6+(t^2-c\,d)\,I_5=0,\\
&\left[a(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)\right]\,I_6\,I_3'+(d\,k-g\,t)\,I_2\,I_6+\\
&[t\,(s+t)-b\,k]\,I_3\,I_6+(b\,g-d\,s-d\,t)\,I_4\,I_6+(b\,c-a\,t)\,I_5=0,\\
&\left[a(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)\right]\,I_6\,I_4'+(c\,g-k\,t)\,I_2\,I_6+\\
&[a\,k-c\,(s+t)]\,I_3\,I_6+(t^2+s\,t-a\,g)\,I_4\,I_6+(a\,d-b\,t)\,I_5=0,\\
&\left[a(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)\right]\,I_6'+(t^2-c\,d)\,I_2\,I_6+\\
&(b\,c-a\,t)\,I_3\,I_6+(a\,d-b\,t)\,I_4\,I_6+(3\,t^2+2\,s\,t-c\,d-a\,g-b\,k)\,I_6=0,\\
&\left[a(d\,k-g\,t)+b\,(c\,g-k\,t)+(s+t)(t^2-c\,d)\right]\,I_5'+(t^2-c\,d)\,I_2\,I_5+\\
&(b\,c-a\,t)\,I_3\,I_5+(a\,d-b\,t)\,I_4\,I_5+\gamma\,(3\,t^2+2\,s\,t-c\,d-a\,g-b\,k)\,I_5=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 78.

Базис подалгебры: 3+5, 2-6, 11-13+a 14.
Нормализатор подалгебры: (5. 180)=< 3+5, 2-6, 7, 11-13, 14 >
Инварианты:

$$
t,\quad \frac{u}{x},\quad \frac{v\,t^2-t\,y-z+v}{(t^2+1)\,x},\quad \frac{w\,t^2-t\,z+y+w}{(t^2+1)\,x},\quad p\,x^{-a},\quad \rho\,x^{2-a}.
$$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=x\,I_2(t),v=\frac{I_3(t)\,x\,(t^2+1)+t\,y+z}{t^2+1},w=\frac{I_4(t)\,x\,(t^2+1)+t\,z-y}{t^2+1},\\
&p=I_5(t)\,x^a,\rho=I_6(t)\,x^{a-2}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_6\,I_2'+I_2^2\,I_6+a\,I_5=0,\\
&(t^2+1)\,I_3'+(t^2+1)\,I_2\,I_3+t\,I_3+I_4=0,\\
&(t^2+1)\,I_4'+(t^2+1)\,I_2\,I_4-I_3+t\,I_4=0,\\
&(t^2+1)\,I_6'+(a-1)(t^2+1)\,I_2\,I_6+2\,t\,I_6=0,\\
&(t^2+1)\,I_5'+(a+\gamma)(t^2+1)\,I_2\,I_5+2\,t\,\gamma\,I_5=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 81.

Базис подалгебры: 3+5, 2-6, a 1+3+b 4+14.
Нормализатор подалгебры: (8. 66)=< 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7-a 11+a 13, b 11-b 13+14 >

Инварианты:

$$t,\quad \frac{u\,(a+b\,t)-b\,x}{a+b\,t},\quad \frac{v\,(b\,t^3+a\,t^2+b\,t+a)-b\,t^2\,y-a\,t\,y-b\,z\,t+x-a\,z}{(t^2+1)(a+b\,t)},$$
$$\frac{w\,(b\,t^3+a\,t^2+b\,t+a)-b\,t^2\,z+b\,t\,y-a\,z\,t+t\,x+a\,y}{(t^2+1)(a+b\,t)},\quad p\,e^{-\frac{x}{a+bt}},\quad \rho\,e^{-\frac{x}{a+bt}}.$$

Представление решения:

$$u=\frac{I_2(t)\,(a+b\,t)+b\,x}{a+b\,t},v=\frac{I_3(t)\,(b\,t^3+a\,t^2+b\,t+a)+b\,t^2\,y+a\,t\,y+b\,t\,z-x+a\,z}{(t^2+1)(a+b\,t)},$$
$$w=\frac{I_4(t)\,(b\,t^3+a\,t^2+b\,t+a)+b\,t^2\,z-b\,t\,y+a\,t\,z-t\,x-a\,y}{(t^2+1)(a+b\,t)},\quad p=I_5(t)\,e^{\frac{x}{a+b\,t}},\rho=I_6(t)\,e^{\frac{x}{a+b\,t}}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(a+b\,t)\,I_6\,I_2'+b\,I_2\,I_6+I_5=0,\\
&(t^2+1)\,I_3'+t\,I_3+I_4-\frac{I_2}{a+b\,t}=0,\\
&(t^2+1)\,I_4'-I_3+t\,I_4-\frac{t\,I_2}{a+b\,t}=0,\\
&(a+b\,t)\,(t^2+1)\,I_6'+(t^2+1)\,I_2\,I_6+(3\,b\,t^2+2\,a\,t+b)\,I_6=0,\\
&(a+b\,t)\,(t^2+1)\,I_5'+(t^2+1)\,I_2\,I_5+(3\,b\,t^2+2\,a\,t+b)\,\gamma\,I_5=0
\end{aligned}$$

Из второго и третьего уравнений

$$t\,I_3-I_4=C$$

Подалгебра № 82.

Базис подалгебры: 3+5, 2-6, a 1+b 4+14, $a^2+b^2=1$.
Нормализатор подалгебры: (8. 66)=< 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7-a 11+a 13, b 11-b 13+14 >
Инварианты:

$$t,\quad \frac{u\,(a+b\,t)-b\,x}{a+b\,t},\quad \frac{v\,t^2-t\,y-z+v}{t^2+1},\quad \frac{w\,t^2-t\,z+y+w}{t^2+1},\quad p\,e^{-\frac{x}{a+bt}},\quad \rho\,e^{-\frac{x}{a+bt}}.$$

Представление решения:

$$u=\frac{I_2(t)\,(a+b\,t)+b\,x}{a+b\,t},v=\frac{I_3(t)\,(t^2+1)+t\,y+z}{t^2+1},w=\frac{I_4(t)\,(t^2+1)+t\,z-y}{t^2+1},$$
$$p=I_5(t)\,e^{\frac{x}{a+b\,t}},\rho=I_6(t)\,e^{\frac{x}{a+b\,t}}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(a+b\,t)\,I_6\,I_2'+b\,I_2\,I_6+I_5=0,\\
&(t^2+1)\,I_3'+t\,I_3+I_4=0,\\
&(t^2+1)\,I_4'-I_3+t\,I_4=0,\\
&(a+b\,t)\,(t^2+1)\,I_6'+(t^2+1)\,I_2\,I_6+(3\,b\,t^2+2\,a\,t+b)\,I_6=0,\\
&(a+b\,t)\,(t^2+1)\,I_5'+(t^2+1)\,I_2\,I_5+(3\,b\,t^2+2\,a\,t+b)\,\gamma\,I_5=0
\end{aligned}
$$

Из второго и третьего уравнений

$$
I_3=\frac{C_2-t\,C_1}{t^2+1},\quad I_4=\frac{C_1+t\,C_2}{t^2+1}
$$

Подалгебра № 86.

Базис подалгебры: $5, 6, a\,11+13+b\,14, \quad a\neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (6. 112)=< 5, 6, 7, 11, 13, 14 >
Инварианты:

$$
x\,t^{-\frac{a}{a+1}},\quad u\,t^{\frac{1}{a+1}},\quad (v\,t-y)\,t^{-\frac{a}{a+1}},\quad (w\,t-z)\,t^{-\frac{a}{a+1}},\quad p\,t^{-\frac{b}{a+1}},\quad \rho\,t^{-\frac{b+2}{a+1}}.
$$

Представление решения:

$$
u=I_2(\sigma)\,t^{-\frac{1}{a+1}},\quad v=\frac{I_3(\sigma)\,t^{\frac{a}{a+1}}+y}{t},\quad w=\frac{I_4(\sigma)\,t^{\frac{a}{a+1}}+z}{t},\quad p=I_5(\sigma)\,t^{\frac{b}{a+1}},
$$
$$
\rho=I_6(\sigma)\,t^{\frac{b+2}{a+1}},\quad \sigma=x\,t^{-\frac{a}{a+1}}.
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&[(a+1)\,I_2-a\,\sigma]\,I_6\,I_2'+(a+1)\,I_5'-I_2\,I_6=0,\\
&[(a+1)\,I_2-a\,\sigma]\,I_3'+a\,I_3=0,\\
&[(a+1)\,I_2-a\,\sigma]\,I_4'+a\,I_4=0,\\
&(a+1)\,I_6\,I_2'+[(a+1)\,I_2-a\,\sigma]\,I_6'+(2\,a+b+4)\,I_6=0,\\
&(a+1)\,\gamma\,I_5\,I_2'+[(a+1)\,I_2-a\,\sigma]\,I_5'+[b+2\,(a+1)\,\gamma]\,I_5=0
\end{aligned}
$$

Второе и третье уравнения дают интеграл $\dfrac{I_3}{I_4}=C.$

Подалгебра № 98.

Базис подалгебры: 5, 6, 4+11+a 14.
Нормализатор подалгебры: (6. 137)=< 4, 5, 6, 11, 7+a 13, b 13+14 >
Инварианты:

$$
\frac{x-t\,\ln t}{t},\quad u-\ln t,\quad \frac{v\,t-y}{t},\quad \frac{w\,t-z}{t},\quad p\,t^{-a},\quad \rho\,t^{-a}.
$$

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma) + \ln t, \quad v = \frac{I_3(\sigma)\,t + y}{t}, \quad w = \frac{I_4(\sigma)\,t + z}{t}, \quad p = I_5(\sigma)\,t^a, \quad \rho = I_6(\sigma)\,t^a,$$
$$\sigma = \frac{x - t\,\ln t}{t}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(I_2 - \sigma - 1)\,I_6\,I_2' + I_5' + I_6 = 0,\\
&(I_2 - \sigma - 1)\,I_3' + I_3 = 0,\\
&(I_2 - \sigma - 1)\,I_4' + I_4 = 0,\\
&I_6\,I_2' + (I_2 - \sigma - 1)\,I_6' + (a+2)\,I_6 = 0,\\
&\gamma\,I_5\,I_2' + (I_2 - \sigma - 1)\,I_5' + (a + 2\,\gamma)\,I_5 = 0
\end{aligned}$$

Второе и третье уравнения дают интеграл $\dfrac{I_3}{I_4} = C$.

Подалгебра № 101.

Базис подалгебры: 5, 6, a 1+3+4+14.
Нормализатор подалгебры: (7. 53)=< 1, 2, 3, 4, 5, 6, a 11-a 13+b 14 >
Инварианты:

$$t, \quad \frac{u\,t + u\,a - x}{t + a}, \quad \frac{v\,t - y}{t}, \quad \frac{w\,t^2 - t\,z + a\,w\,t - a\,z + x}{t\,(t+a)}, \quad p\,e^{-\frac{x}{t+a}}, \quad \rho\,e^{-\frac{x}{t+a}}.$$

Представление решения:

$$u = \frac{I_2(t)\,(t+a) + x}{t+a}, v = \frac{I_3(t)\,t + y}{t}, w = \frac{I_4(t)\,(a\,t + t^2) + (t+a)\,z - x}{t(t+a)},$$
$$p = I_5(t)\,e^{\frac{x}{t+a}}, \rho = I_6(t)\,e^{\frac{x}{t+a}}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&I_6\,I_2' + \frac{I_2\,I_6 + I_5}{t+a} = 0,\\
&t\,I_3' + I_3 = 0,\\
&t\,I_4' + I_4 - \frac{I_2}{t+a} = 0,\\
&I_6' + \frac{t\,I_2 + 2\,a + 3\,t}{t\,(t+a)}\,I_6 = 0,\\
&I_5' + \frac{t\,I_2 + 2\,a\,\gamma + 3\,t\,\gamma}{t\,(t+a)}\,I_5 = 0
\end{aligned}$$

Второе уравнение дает интеграл $t\,I_3 = C_1$.

Если $\gamma = 1$, из четвертого и пятого уравнений вытекает, что $\dfrac{I_6}{I_5} = C_3$. Далее

$$I_2 = \frac{C_1\,C_3 - t}{C_3\,(t+a)}, \quad I_4 = \frac{(C_2\,C_3 - 1)\,a)\,a}{C_3\,t\,(t+a)} + C_3\,(C_2\,t - 1) - (t+a)\,\ln(t+a),$$
$$I_5 = C_2\,t^{-2\,\gamma}\,(t+a)^{\frac{1}{C_3} - \gamma}\,e^{\frac{C_1\,C_3 + a}{C_3(t+a)}}$$

Подалгебра № 102.

Базис подалгебры: 5, 6, 1+4+14.
Нормализатор подалгебры: (8. 66)=< 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7-a 11+a 13, b 11-b 13+14 >
Инварианты:

$$t, \quad \frac{u\,t + u - x}{t+1}, \quad \frac{v\,t - y}{t}, \quad \frac{w\,t - z}{t}, \quad p\,e^{-\frac{x}{t+1}}, \quad \rho\,e^{-\frac{x}{t+1}}.$$

Представление решения:

$$u = \frac{I_2(t)\,(t+1) + x}{t+1}, v = \frac{I_3(t)\,t + y}{t}, w = \frac{I_4(t)\,t + z}{t}, \quad p = I_5(t)\,e^{\frac{x}{t+1}}, \rho = I_6(t)\,e^{\frac{x}{t+1}}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&I_6\,I_2' + \frac{I_2\,I_6 + I_5}{t+1} = 0,\\
&t\,I_3' + I_3 = 0,\\
&t\,I_4' + I_4 = 0,\\
&I_6' + \frac{t\,I_2 + 3\,t + 2}{t(t+1)}\,I_6 = 0,\\
&I_5' + \frac{t\,I_2 + (3t+2)\,\gamma}{t(t+1)}\,I_5 = 0
\end{aligned}$$

Второе и третье уравнения дают интегралы

$$t\,I_3 = C_1, \quad t\,I_4 = C_2$$

Если $\gamma = 1$, система интегрируется. В самом деле, из четвертого и пятого уравнений вытекает, что $\dfrac{I_6}{I_5} = C_3$. Далее

$$I_2 = \frac{t - C_1\,C_3}{C_3\,(t+1)}, \quad I_5 = \frac{C_2\,(t+1)^{\frac{1}{C_3} - 1}\,e^{\frac{C_1\,C_3 + 1}{C_3(t+1)}}}{t^2}$$

Подалгебра № 103.

Базис подалгебры: a 1+2, b 3+4, c 1+d 3+k 5+s 6+14,
$b^2 + c^2 + d^2 = 1$, $s^2 + k^2 = 1$.

Нормализатор подалгебры: (7. 53)=<1, 2, 3, 4, 5, 6, a 11-a 13+b 14, $a^2+b^2=1$>
Инварианты:

$$t,\quad u+\frac{(a\,d+a\,s\,t)\,y+(c-a\,k\,t)\,z-(d+s\,t)\,x}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)},\quad v+k\,\frac{b\,x-b\,y-t\,z}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)},$$
$$w+s\,\frac{b\,x-a\,b\,y-t\,z}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)},\quad p\,e^{\frac{b\,x-a\,b\,y-t\,z}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)}},\quad \rho\,e^{\frac{b\,x-a\,b\,y-t\,z}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)}}.$$

Представление решения:

$$u=I_2(t)-\frac{(a\,d+a\,s\,t)\,y+(c-a\,k\,t)\,z-(d+s\,t)\,x}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)},$$
$$v=I_3(t)-k\,\frac{b\,x-b\,y-t\,z}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)},\quad w=I_4(t)-s\,\frac{b\,x-a\,b\,y-t\,z}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)},$$
$$p=I_5(t)\,e^{-\frac{b\,x-a\,b\,y-t\,z}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)}},\rho=I_6(t)\,e^{-\frac{b\,x-a\,b\,y-t\,z}{b\,(a\,k\,t-c)+t\,(d+s\,t)}}.$$

Факторсистема:

$$[b\,(c-a\,k\,t)-t\,(d+s\,t)]\,I_6\,I_2'+b\,I_5-(d+s\,t)\,I_2\,I_6+a\,(d+s\,t)\,I_3\,I_6+(c-a\,k\,t)\,I_4\,I_6=0,$$
$$[b\,(c-a\,k\,t)-t\,(d+s\,t)]\,I_6\,I_3'-a\,b\,I_5+b\,k\,I_2\,I_6-a\,b\,k\,I_3\,I_6-k\,t\,I_4\,I_6=0,$$
$$[b\,(c-a\,k\,t)-t\,(d+s\,t)]\,I_6\,I_4'-t\,I_5+b\,s\,I_2\,I_6-a\,b\,s\,I_3\,I_6-s\,t\,I_4\,I_6=0,$$
$$[b\,(c-a\,k\,t)-t\,(d+s\,t)]\,I_6'-(d+a\,b\,k+2\,s\,t)\,I_6+b\,I_2\,I_6-a\,b\,I_3\,I_6-t\,I_4\,I_6=0,$$
$$[b\,(c-a\,k\,t)-t\,(d+s\,t)]\,I_5'-(d+a\,b\,k+2\,s\,t)\,\gamma\,I_5+b\,I_2\,I_5-a\,b\,I_3\,I_5-t\,I_4\,I_5=0$$

Подалгебра № 104.

Базис подалгебры: a 1+2, 3+4, b 11-13+b 14.
Нормализатор подалгебры: (4. 259)=< a 1+2, 3+4, -11+13, 14 >
Инварианты:

$$t,\quad \frac{u-z}{x-a\,y-t\,z},\quad \frac{v}{x-a\,y-t\,z},\quad \frac{w}{x-a\,y-t\,z},$$
$$p\,(x-a\,y-t\,z)^{-b},\quad \rho\,(x-a\,y-t\,z)^{2-b}.$$

Представление решения:

$$u=I_2(t)\,(x-a\,y-t\,z)+z, v=I_3(t)\,(x-a\,y-t\,z), w=I_4(t)\,(x-a\,y-t\,z),$$
$$p=I_5(t)\,(x-a\,y-t\,z)^b, \rho=I_6(t)\,(x-a\,y-t\,z)^{b-2}.$$

Факторсистема:

$$I_6\,I_2'-(a\,I_3+t\,I_4)\,I_2\,I_6+I_2^2\,I_6+I_4\,I_6+b\,I_5=0,$$
$$I_6\,I_3'+I_2\,I_3\,I_6-t\,I_3\,I_4\,I_6-a\,I_3^2\,I_6-a\,b\,I_5=0,$$
$$I_6\,I_4'+I_2\,I_4\,I_6-a\,I_3\,I_4\,I_6-t\,I_4^2\,I_6-b\,t\,I_5=0,$$
$$I_6'+(b-1)\,I_2\,I_6+a\,(1-b)\,I_3\,I_6+t\,(1-b)\,I_4\,I_6=0,$$
$$I_5'+(b+\gamma)\,I_2\,I_5-a\,(b+\gamma)\,I_3\,I_5-(b+\gamma)\,t\,I_4\,I_5=0$$

Подалгебра № 106.

Базис подалгебры: 1, a 4+6, b 11+13+c 14.
Нормализатор подалгебры: (5. 190)=<1, a 4+6, 11, 13, 14 >
Инварианты: $y\,t^{-\frac{b}{b+1}}, \quad (u\,t-a\,z)\,t^{-\frac{b}{b+1}}, \quad v\,t^{\frac{1}{b+1}}, \quad (w\,t-z)\,t^{-\frac{b}{b+1}}, \quad p\,t^{-\frac{c}{b+1}}, \quad \rho\,t^{-\frac{c+2}{b+1}}$.
Представление решения:

$$u=\frac{t^{\frac{b}{b+1}}\,I_2(\sigma)+a\,z}{t}, v=I_3(\sigma)\,t^{-\frac{1}{b+1}}, w=\frac{t^{\frac{b}{b+1}}\,I_4(\sigma)+z}{t}, p=I_5(\sigma)\,t^{\frac{c}{b+1}}, \rho=I_6(\sigma)\,t^{\frac{c+2}{b+1}}, \quad \sigma=y\,t^{-\frac{b}{b+1}}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&((b+1)\,I_3-b\,\sigma)\,I_2'-I_2+a\,(b+1)\,I_4=0,\\
&((b+1)\,I_3-b\,\sigma)\,I_6\,I_3'+(b+1)\,I_5'-I_3\,I_6=0,\\
&((b+1)\,I_3-b\,\sigma)\,I_4'+b\,I_4=0,\\
&(b+1)\,I_6\,I_3'+((b+1)\,I_3-b\,\sigma)\,I_6'+(b+c+3)\,I_6=0,\\
&(b+1)\,\gamma\,I_5\,I_3'+((b+1)\,I_3-b\,\sigma)\,I_5'+(b\,\gamma+c+\gamma)\,I_5=0
\end{aligned}$$

Комбинируя первое и третье уравнение, получаем интеграл

$$(I_2-a\,I_4)\,|I_4|^{\frac{1}{b}}=C$$

Подалгебра № 110.

Базис подалгебры: a 1+2, 4, b 1+c 3+13+d 14, $b^2+c^2=1$.
Нормализатор подалгебры: (6. 195)=<1, 2, 3, 4, a 11+13, b 11+14 >
Инварианты: $z-c\,\ln t, \quad u\,t-x+a\,y+b\,\ln t, \quad v\,t, \quad w\,t, \quad p\,t^{-d}, \quad \rho\,t^{-2-d}$.
Представление решения:

$$u=\frac{I_2(\sigma)+x-a\,y-b\,\ln t}{t}, v=\frac{I_3(\sigma)}{t}, w=\frac{I_4(\sigma)}{t}, p=I_5(\sigma)\,t^{d}, \rho=I_6(\sigma)\,t^{2+d}, \quad \sigma=z-c\,\ln t.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(c-I_4)\,I_2'+a\,I_3+b=0,\\
&(c-I_4)\,I_3'+I_3=0,\\
&(c-I_4)\,I_6\,I_4'-I_5'+I_4\,I_6=0,\\
&-I_6\,I_4'+(c-I_4)\,I_6'-(d+3)\,I_6=0,\\
&-\gamma\,I_5\,I_4'+(c-I_4)\,I_5'-(d+\gamma)\,I_5=0
\end{aligned}$$

Комбинируя первое и второе уравнение, получаем интеграл

$$I_2-a\,I_3-b\,\ln|I_3|=C$$

Потребуем $I_4=c$. Тогда

$$\gamma=3, \quad b=0, \quad d=-3, \quad I_3=0, \quad I_4=c, \quad I_5'=c\,I_6$$

При этом квадрат скорости звука $= \dfrac{\gamma p}{\rho} = \dfrac{3 I_5}{I_6 t^2}$,

$$u = \frac{I_2(z - c\ln t) + x - a y}{t}, \quad v = 0, \quad w = \frac{c}{t},$$
$$p = \frac{I_5(z - c\ln t)}{t^3}, \quad \rho = \frac{I_6(z - c\ln t)}{t}.$$

Подалгебра № 112.

Базис подалгебры: 1, a 4+6, b 4+c 5+11+d 14 $\quad b^2 + c^2 = 1$.
Нормализатор подалгебры: (6. 80)=<1, 2, 3, 6, 4+10, 14 >
Инварианты: $\dfrac{y}{t} - c\ln t, \quad u - a\dfrac{z}{t} - b\ln t, \quad v - c\ln t, \quad w - \dfrac{z}{t}, \quad p\,t^{-d}, \quad \rho\,t^{-d}$.
Представление решения:
$u = I_2(\sigma) + a\dfrac{z}{t} + b\ln t, v = I_3(\sigma) + c\ln t, w = I_4(\sigma) + \dfrac{z}{t}, p = I_5(\sigma)\,t^d, \rho = I_6(\sigma)\,t^d, \quad \sigma = \dfrac{y}{t} - c\ln t$.
Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(I_3 - \sigma - c)\,I_2' + a\,I_4 + b = 0,\\
&(I_3 - \sigma - c)\,I_6\,I_3' + I_5' + c\,I_6 = 0,\\
&(I_3 - \sigma - c)\,I_4' + I_4 = 0,\\
&(I_3 - \sigma - c)\,I_6' + I_6\,I_3' + (d+1)\,I_6 = 0,\\
&(I_3 - \sigma - c)\,I_5' + \gamma\,I_5\,I_3' + (d+\gamma)\,I_5 = 0
\end{aligned}$$

Комбинируя первое и третье уравнение, получаем интеграл

$$I_2 - a\,I_4 - b\ln|I_4| = C$$

Подалгебра № 114.

Базис подалгебры: 1, 2+4, a 10+11-13+b 14.
Нормализатор подалгебры: (5. 198)=<1, 2+4, 10, 11-13, 14 >
Инварианты: $z\,e^{-\frac{t}{a}}, \quad (u - y)\,e^{-\frac{t}{a}}, \quad v\,e^{-\frac{t}{a}}, \quad w\,e^{-\frac{t}{a}}, \quad p\,e^{-\frac{bt}{a}}, \quad \rho\,e^{\frac{(2-b)\,t}{a}}$.
Представление решения:
$u = I_2(\sigma)\,e^{\frac{t}{a}} + y, v = I_3(\sigma)\,e^{\frac{t}{a}}, w = I_4(\sigma)\,e^{\frac{t}{a}}, p = I_5(\sigma)\,e^{\frac{bt}{a}}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{\frac{(b-2)\,t}{a}}, \sigma = z\,e^{-\frac{t}{a}}$.
Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(a\,I_4 - \sigma)\,I_2' + I_2 + a\,I_3 = 0,\\
&(a\,I_4 - \sigma)I_3' + I_3 = 0,\\
&(a\,I_4 - \sigma)\,I_6\,I_4' + a\,I_5' + I_4\,I_6 = 0,\\
&a\,I_6\,I_4' + (a\,I_4 - \sigma)\,I_6' + (b-2)\,I_6 = 0,\\
&a\,\gamma\,I_5\,I_4' + (a\,I_4 - \sigma)\,I_5' + b\,I_5 = 0
\end{aligned}$$

Комбинируя первое и второе уравнение, получаем интеграл

$$\frac{I_2}{I_3} - a\ln|I_3| = C$$

Подалгебра № 117.

Базис подалгебры: 3, a 1+b 2+6, 4+10+c 14 $\quad a^2+b^2=1$.
Нормализатор подалгебры: (6. 80)=<1, 2, 3, 6, 4+10, 14 >
Инварианты:$2\,b\,x-2\,a\,y-b\,t^2,\quad u-t,\quad v,\quad w\,y-b\,w,\quad p\,e^{-c\,t},\quad \rho\,e^{-c\,t}$.
Представление решения:

$$u=I_2(\sigma)+t, v=I_3(\sigma), w=\frac{y-I_4(\sigma)}{b}, p=I_5(\sigma)\,e^{c\,t}, \rho=I_6(\sigma)\,e^{c\,t},\quad \sigma=2\,b\,x-2\,a\,y-b\,t^2.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(b\,I_2-a\,I_3)\,I_6\,I_2'+b\,I_5'+\frac{1}{2}\,I_6=0,\\
&(b\,I_2-a\,I_3)\,I_6\,I_3'-a\,I_5'=0,\\
&(b\,I_2-a\,I_3)\,I_4'-\frac{1}{2}\,I_3=0,\\
&(b\,I_2-a\,I_3)\,I_6'+I_6\,I_2'-a\,I_6\,I_3'+\frac{c}{2}\,I_6=0,\\
&(b\,I_2-a\,I_3)\,I_5'+b\,\gamma\,I_5\,I_2'-a\,\gamma\,I_5\,I_3'+\frac{c}{2}\,I_5=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 142.

Базис подалгебры: 2, 3, a 11+13+b 14, $\quad a(a+1)\neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 114)=<2, 3, 7, 11, 13, 14 >
Инварианты: $x\,t^{-\frac{a}{1+a}},\quad u\,t^{\frac{1}{1+a}},\quad v\,t^{\frac{1}{1+a}},\quad w\,t^{\frac{1}{1+a}},\quad p\,t^{-\frac{b}{1+a}},\quad \rho\,t^{-\frac{b+2}{1+a}}$.
Представление решения:

$$u=I_2(\sigma)\,t^{-\frac{1}{1+a}}, v=I_3(\sigma)\,t^{-\frac{1}{1+a}}, w=I_4(\sigma)\,t^{-\frac{1}{1+a}}, p=I_5(\sigma)\,t^{\frac{b}{1+a}}, \rho=I_6(\sigma)\,t^{\frac{b+2}{1+a}},\quad \sigma=x\,t^{-\frac{a}{1+a}}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&((a+1)\,I_2-a\,\sigma)\,I_6\,I_2'+(a+1)\,I_5'-I_2\,I_6=0,\\
&((a+1)\,I_2-a\,\sigma)\,I_3'-I_3=0,\\
&((a+1)\,I_2-a\,\sigma)\,I_4'-I_4=0,\\
&(a+1)\,I_6\,I_2'+((a+1)\,I_2-a\,\sigma)\,I_6'+(b+2)\,I_6=0,\\
&(a+1)\,\gamma\,I_5\,I_2'+((a+1)\,I_2-a\,\sigma)\,I_5'+b\,I_5=0
\end{aligned}$$

Комбинируя второе и третье уравнение, получаем интеграл

$$\frac{I_3}{I_4}=C$$

Подалгебра № 149.

Базис подалгебры: 2, 3, 10+11-13+a 14.
Нормализатор подалгебры: (6. 110)=<2, 3, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >
Инварианты: $x\,e^{-t},\quad u\,e^{-t},\quad v\,e^{-t},\quad w\,e^{-t},\quad p\,e^{-at},\quad \rho\,e^{(2-a)\,t}$.
Представление решения:

$$u=I_2(\sigma)\,e^{t}, v=I_3(\sigma)\,e^{t}, w=I_4(\sigma)\,e^{t}, p=I_5(\sigma)\,e^{at}, \rho=I_6(\sigma)\,e^{(a-2)\,t},\quad \sigma=x\,e^{-t}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(I_2-\sigma)\, I_6\, I_2' + I_5' + I_2\, I_6 = 0,\\
&(I_2-\sigma)\, I_3' + I_3 = 0,\\
&(I_2-\sigma)\, I_4' + I_4 = 0,\\
&I_6\, I_2' + (I_2-\sigma)\, I_6' + (a-2)\, I_6 = 0,\\
&\gamma\, I_5\, I_2' + (I_2-\sigma)\, I_5' + a\, I_5 = 0
\end{aligned}
$$

Комбинируя второе и третье уравнение, получаем интеграл

$$\frac{I_3}{I_4} = C$$

Подалгебра № 182.

Базис подалгебры: 10, 1+13, a 1+b 3+14, $b \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 161)=<1, 2, 3, 10, a 11+13, b 11+14 >
Инварианты: y, $u\, e^{\frac{bx-az}{b}}$, $v\, e^{\frac{bx-az}{b}}$, $w\, e^{\frac{bx-az}{b}}$, $p\, e^{-\frac{z}{b}}$, $\rho\, e^{\frac{-2bx+2az-z}{b}}$.
Представление решения:

$$u = I_2(y)\, e^{\frac{-bx+az}{b}}, v = I_3(y)\, e^{\frac{-bx+az}{b}}, w = I_4(y)\, e^{\frac{-bx+az}{b}}, p = I_5(y)\, e^{\frac{z}{b}}, \rho = I_6(y)\, e^{\frac{2bx-2az+z}{b}}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&b\, I_3\, I_2' + a\, I_2\, I_4 - b\, I_2^2 = 0,\\
&b\, I_3\, I_6\, I_3' + b\, I_5' + a\, I_3\, I_4\, I_6 - b\, I_2\, I_3\, I_6 = 0,\\
&b\, I_3\, I_6\, I_4' - b\, I_2\, I_4\, I_6 + a\, I_4^2\, I_6 + I_5 = 0,\\
&b\, I_6\, I_3' + b\, I_3\, I_6' + b\, I_2\, I_6 + (1-a)\, I_4\, I_6 = 0,\\
&b\, \gamma\, I_5\, I_3' + b\, I_3\, I_5' + (a\gamma+1)\, I_4\, I_5 - b\, \gamma\, I_2\, I_5 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 189.

Базис подалгебры: 4, a 11+13, b 11+14, $a^2+b^2 \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (5. 166)=<4, 7, 11, 13, 14 >
Инварианты: $\dfrac{z}{y}$, $\dfrac{u\, t-x}{y}$, $\dfrac{v\, t}{y}$, $\dfrac{w\, t}{y}$, $p\, y^{-\frac{a+1}{b}}\, t^{\frac{a}{b}}$, $\rho\, y^{\frac{2b-a-1}{b}}\, t^{\frac{a-2\, b}{b}}$.
Представление решения:

$$u = \frac{I_2(\sigma)\, y + x}{t}, v = \frac{I_3(\sigma)\, y}{t}, w = \frac{I_4(\sigma)\, y}{t}, p = I_5(\sigma)\, y^{\frac{a+1}{b}}\, t^{-\frac{a}{b}}, \rho = I_6(\sigma)\, y^{\frac{-2b+a+1}{b}}\, t^{\frac{2\, b-a}{b}}, \quad \sigma = \frac{z}{y}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(I_4-\sigma\, I_3)\, I_2' + I_2\, I_3 = 0,\\
&b\,(I_4-\sigma\, I_3)\, I_6\, I_3' - b\, \sigma\, I_5' + b\, I_3^2\, I_6 - b\, I_3\, I_6 + (a+1)\, I_5 = 0,\\
&(I_4-\sigma\, I_3)\, I_6\, I_4' + I_5' + I_3\, I_4\, I_6 - I_4\, I_6 = 0,\\
&-b\, \sigma\, I_6\, I_3' + b\, I_6\, I_4' + b\,(I_4-\sigma\, I_3)\, I_6' + (a-b+1)\, I_3\, I_6 + (3\, b-a)\, I_6 = 0,\\
&-b\, \gamma\, \sigma\, I_5\, I_3' + b\, \gamma\, I_5\, I_4' + b\,(I_4-\sigma\, I_3)\, I_5' + (a+b\, \gamma+1)\, I_3\, I_5 + (b\, \gamma-a)\, I_5 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 192.

Базис подалгебры: 4, a 1+2+13, b 1+c 2+d 3+14.
Нормализатор подалгебры: (6. 195)=<1, 2, 3, 4, a 11+13, b 11+14 >
Инварианты:

$$\frac{c\,z-d\,y+d\,\ln t}{c},\quad \frac{c\,u\,t-c\,x+b\,y+a\,c\,\ln t-b\,\ln t}{c},\quad v\,t,\quad w\,t,\quad p\,e^{-\frac{y}{c}}\,t^{\frac{1}{c}},\quad \rho\,e^{-\frac{y}{c}}\,t^{\frac{1-2\,c}{c}}.$$

Представление решения:

$$u=\frac{c\,I_2(\sigma)+c\,x-b\,y-a\,c\,\ln t+b\,\ln t}{c\,t}, v=\frac{I_3(\sigma)}{t}, w=\frac{I_4(\sigma)}{t},$$
$$p=I_5(\sigma)\,e^{\frac{y}{c}}\,t^{-\frac{1}{c}}, \rho=I_6(\sigma)\,e^{\frac{y}{c}}\,t^{\frac{2\,c-1}{c}},\quad \sigma=\frac{c\,z-d\,y+d\,\ln t}{c}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(c\,I_4-d\,I_3+d)\,I_2'-b\,I_3+b-a\,c=0,\\
&(c\,I_4-d\,I_3+d)\,I_6\,I_3'-d\,I_5'-c\,I_3\,I_6+I_5=0,\\
&(c\,I_4-d\,I_3+d)\,I_6\,I_4'+c\,I_5'-c\,I_4\,I_6=0,\\
&-d\,I_6\,I_3'+c\,I_6\,I_4'+(c\,I_4-d\,I_3+d)\,I_6'+I_3\,I_6+(3\,c-1)\,I_6=0,\\
&-d\,\gamma\,I_5\,I_3'+c\,\gamma\,I_5\,I_4'+(c\,I_4-d\,I_3+d)\,I_5'+I_3\,I_5+c\,\gamma\,I_5=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 194.

Базис подалгебры: 4, a 1+13, b 1+2+14.
Нормализатор подалгебры: (6. 195)=<1, 2, 3, 4, a 11+13, b 11+14 >
Инварианты: $z, u\,t-x+b\,y+a\,\ln t,\quad v\,t,\quad w\,t,\quad p\,e^{-y},\quad \dfrac{\rho\,e^{-y}}{t^2}.$
Представление решения:

$$u=\frac{I_2(z)+x-b\,y-a\,\ln t}{t}, v=\frac{I_3(z)}{t}, w=\frac{I_4(z)}{t}, p=I_5(z)\,e^y, \rho=I_6(z)\,t^2\,e^y.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&I_4\,I_2'-b\,I_3-a=0,\\
&I_4\,I_6\,I_3'-I_3\,I_6+I_5=0,\\
&I_4\,I_6\,I_4'+I_5'-I_4\,I_6=0,\\
&I_6\,I_4'+I_4\,I_6'+I_3\,I_6+3\,I_6=0,\\
&\gamma\,I_5\,I_4'+I_4\,I_5'+I_3\,I_5+\gamma\,I_5=0
\end{aligned}$$

Пусть $I_4=0$, тогда

$$\begin{aligned}
&b\,I_3+a=0,\\
&-I_3\,I_6+I_5=0,\\
&I_5'=0,\\
&(I_3+3)\,I_6=0,\\
&(I_3+\gamma)\,I_5=0
\end{aligned}$$

Откуда $\gamma=3$, $a=3\,b$, $I_2=I_2(z)$, $I_3=-3$, $I_5=C$, $I_6=-\dfrac{C}{3}$

Подалгебра № 196.

Базис подалгебры: 1, 2+13, a 2+b 3+14.
Нормализатор подалгебры: (5. 268)=<1, 2, 3, a 11+13, b 11+14>, $(a+1)^2+b^2\neq 0$
Инварианты: $\dfrac{a\,z-b\,y+b\,\ln t}{a}$, $u\,t$, $v\,t$, $w\,t$, $p\,e^{-\frac{y}{a}}\,t^{\frac{1}{a}}$, $\rho\,e^{-\frac{y}{a}}\,t^{\frac{1-2\,a}{a}}$.
Представление решения:

$$u=\frac{I_2(\sigma)}{t},v=\frac{I_3(\sigma)}{t},w=\frac{I_4(\sigma)}{t},p=I_5(\sigma)\,e^{\frac{y}{a}}\,t^{-\frac{1}{a}},\rho=I_6(\sigma)\,e^{\frac{y}{a}}\,t^{\frac{2\,a-1}{a}},\sigma=\frac{a\,z-b\,y+b\,\ln t}{a}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(a\,I_4-b\,I_3+b)\,I_2'-a\,I_2=0,\\
&(a\,I_4-b\,I_3+b)\,I_6\,I_3'-b\,I_5'-a\,I_3\,I_6+I_5=0,\\
&(a\,I_4-b\,I_3+b)\,I_6\,I_4'+a\,I_5'-a\,I_4\,I_6=0,\\
&-b\,I_6\,I_3'+a\,I_6\,I_4'+(a\,I_4-b\,I_3+b)\,I_6'+I_3\,I_6+(2\,a-1)\,I_6=0,\\
&-b\,\gamma\,I_5\,I_3'+a\,\gamma\,I_5\,I_4'+(a\,I_4-b\,I_3+b)\,I_5'+I_3\,I_5-I_5=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 201.

Базис подалгебры: 1, a 10+11-13, b 10+14, $a^2+b^2=1$.
Нормализатор подалгебры: (5. 165)=<1, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >
Инварианты: $\dfrac{z}{y}$, $\dfrac{u}{y}$, $\dfrac{v}{y}$, $\dfrac{w}{y}$, $p\,e^{-\frac{t}{b}}\,y^{\frac{a}{b}}$, $\rho\,e^{-\frac{t}{b}}\,y^{\frac{a+2b}{b}}$.
Представление решения:

$$u=I_2(\sigma)\,y,v=I_3(\sigma)\,y,w=I_4(\sigma)\,y,p=I_5(\sigma)\,e^{\frac{t}{b}}\,y^{-\frac{a}{b}},\rho=I_6(\sigma)\,e^{\frac{t}{b}}\,y^{-\frac{a+2b}{b}},\quad \sigma=\frac{z}{y}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(\sigma\,I_3-I_4)\,I_2'-I_2\,I_3=0,\\
&b\,(\sigma\,I_3-I_4)\,I_6\,I_3'+b\,\sigma\,I_5'-b\,I_3^2\,I_6+a\,I_5=0,\\
&(\sigma\,I_3-I_4)\,I_6\,I_4'-I_5'-I_3\,I_4\,I_6=0,\\
&b\,\sigma\,I_6\,I_3'-b\,I_6\,I_4'+b\,(\sigma\,I_3-I_4)\,I_6'+(a+b)\,I_3\,I_6-I_6=0,\\
&b\,\gamma\,\sigma\,I_5\,I_3'-b\,\gamma\,I_5\,I_4'+b\,(\sigma\,I_3-I_4)\,I_5'+(a-b\,\gamma)\,I_3\,I_5-I_5=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 204.

Базис подалгебры: 1, a 11+13, b 11+14, $a^2+b^2\neq 0$, $(a+1)^2+b^2\neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (5. 167)=<1, 7, 11, 13, 14 >
Инварианты: $\dfrac{z}{y}$, $\dfrac{u\,t}{y}$, $\dfrac{v\,t}{y}$, $\dfrac{w\,t}{y}$, $p\,t^{\frac{a}{b}}\,y^{-\frac{a+1}{b}}$, $\rho\,t^{\frac{a-2\,b}{b}}\,y^{\frac{2\,b-a-1}{b}}$.
Представление решения:

$$u=\frac{y}{t}\,I_2(\sigma),v=\frac{y}{t}\,I_3(\sigma),w=\frac{y}{t}\,I_4(\sigma),p=I_5(\sigma)\,t^{-\frac{a}{b}}\,y^{\frac{a+1}{b}},\rho=I_6(\sigma)\,t^{\frac{2\,b-a}{b}}\,y^{\frac{a+1-2\,b}{b}},\sigma=\frac{z}{y}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(I_4-\sigma\,I_3)\,I_2'+I_2\,I_3-I_2=0,\\
&b\,(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6\,I_3'-b\,\sigma\,I_5'+b\,I_6\,I_3^2-b\,I_3\,I_6+(a+1)\,I_5=0,\\
&(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6\,I_4'+I_5'+I_3\,I_4\,I_6-I_4\,I_6=0,\\
&-b\,\sigma\,I_6\,I_3'+b\,I_6\,I_4'+b\,(I_4-\sigma\,I_3)\,I_6'+(a-b+1)\,I_3\,I_6+(2\,b-a)\,I_6=0,\\
&-b\,\gamma\,\sigma\,I_5\,I_3'+b\,\gamma\,I_5\,I_4'+b\,(I_4-\sigma\,I_3)\,I_5'+(a+b\,\gamma+1)\,I_3\,I_5-a\,I_5=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 206.

Базис подалгебры: 1, 13, 2+14.
Нормализатор подалгебры: (5. 268)=<1, 2, 3, a 11+13, b 11+14 >
Инварианты: $z,\quad u\,t,\quad v\,t,\quad w\,t,\quad p\,e^{-y},\quad \dfrac{\rho}{t^2}\,e^{-y}.$
Представление решения:

$$u=\frac{I_2(z)}{t},v=\frac{I_3(z)}{t},w=\frac{I_4(z)}{t},p=I_5(z)\,e^y,\rho=I_6(z)\,t^2\,e^y.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_4\,I_2'-I_2=0,\\
&I_4\,I_6\,I_3'-I_3\,I_6+I_5=0,\\
&I_4\,I_6\,I_4'+I_5'-I_4\,I_6=0,\\
&I_6\,I_4'+I_4\,I_6'+I_3\,I_6+2\,I_6=0,\\
&\gamma\,I_5\,I_4'+I_4\,I_5'+I_3\,I_5=0
\end{aligned}
$$

3. Цилиндрическая система координат

Подалгебра № 23.

Базис подалгебры: $10, 7+a\,11+b\,14, c\,11+13, \quad a^2+c^2\neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (5. 164)=<7, 10, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{x},\quad u\,x^{\frac{1}{c}}\,e^{-\frac{a\,\varphi}{c}},\quad R\,x^{\frac{1}{c}}\,e^{-\frac{a\,\varphi}{c}},\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{-b\,\varphi},\quad \rho\,x^{-\frac{2}{c}}\,e^{\frac{(2\,a-b\,c)\,\varphi}{c}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=I_2(\sigma)\,x^{-\frac{1}{c}}\,e^{\frac{a\,\varphi}{c}},\Phi=I_4(\sigma)+\varphi,R=I_3(\sigma)\,x^{-\frac{1}{c}}\,e^{\frac{a\,\varphi}{c}},\\
&p=I_5(\sigma)\,e^{b\,\varphi},\rho=I_6(\sigma)\,x^{\frac{2}{c}}\,e^{\frac{(b\,c-2\,a)\,\varphi}{c}},\quad \sigma=\frac{r}{x}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&c\,\sigma\,(\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_2' + c\,\sigma^2\,I_5' + \sigma\,I_2^2\,I_6 - a\,I_2\,I_3\,\sin I_4\,I_6 = 0,\\
&c\,\sigma\,(\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_3' - c\,\sigma\,\cos I_4\,I_5' - a\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6 + \sigma\,I_2\,I_3\,I_6 - b\,c\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&\sigma\,(\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_4' + \sigma\,\sin I_4\,I_5' - I_3^2\,\sin I_4\,I_6 - b\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&c\,\sigma^2\,I_6\,I_2' - c\,\sigma\,\cos I_4\,I_6\,I_3' + c\,\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' + c\,\sigma\,(\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4)\,I_6' - \sigma\,I_2\,I_6 -\\
&-c\,I_3\,\cos I_4\,I_6 + (a - b\,c)\,I_3\,\sin I_4\,I_6 = 0,\\
&c\,\sigma\,(\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_5' + c\,\gamma\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4 - \sigma\,I_2)\,I_5\,I_6' + 2\,\gamma\,\sigma\,I_2\,I_5\,I_6 +\\
&(b\,c\,(\gamma-1) - 2\,a\,\gamma)\,I_3\,\sin I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 26.

Базис подалгебры: $a\,4+7, b\,4+11, c\,4+14,\ a^2+b^2+c^2=1.$
Нормализатор подалгебры: (4. 228)=<4, 11, 7+a 13, b 13+14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{t},\quad u-\dfrac{x}{t},\quad R,\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{\frac{a\,\varphi\,t-x}{c\,t}}\,t^{\frac{b}{c}},\quad \rho\,e^{\frac{a\,\varphi\,t-x}{c\,t}}\,t^{\frac{b}{c}}.$

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma)+\frac{x}{t}, \Phi = I_4(\sigma)+\varphi, R = I_3(\sigma), p = I_5(\sigma)\,e^{\frac{x-a\,\varphi\,t}{c\,t}}\,t^{-\frac{b}{c}}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{\frac{x-a\,\varphi\,t}{c\,t}}\,t^{-\frac{b}{c}},\quad \sigma=\frac{r}{t}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&c\,[I_3\,\cos I_4 - \sigma]\,I_6\,I_2' + I_5 + c\,I_2\,I_6 = 0,\\
&c\,\sigma\,[\sigma - I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_3' - c\,\sigma\,\cos I_4\,I_5' + a\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&c\,\sigma\,[\sigma - I_3\,\cos I_4]\,I_3\,I_6\,I_4' + c\,\sigma\,\sin I_4\,I_5' - c\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6 + a\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&c\,\sigma\,\cos I_4\,I_6\,I_3' - c\,\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' + c\,\sigma\,[I_3\,\cos I_4 - \sigma]\,I_6' + (c-b)\,\sigma\,I_6 + \sigma\,I_2\,I_6 +\\
&(c\,\cos I_4 + a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6 = 0,\\
&c\,\sigma\,[I_3\,\cos I_4 - \sigma]\,I_6\,I_5' + c\,\gamma\,\sigma\,[\sigma - I_3\,\cos I_4]\,I_5\,I_6' + (\gamma-1)\,[b\,\sigma - \sigma\,I_2 + a\,I_3\,\sin I_4]\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 28.

Базис подалгебры: $1, a\,4+7+b\,11, c\,4+d\,11+14,\quad a^2+c^2=1, b^2+d^2\neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (5. 191)=<1, 4, 11, 7+a 13, b 13+14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{t},\quad \dfrac{d\,u - c\,\ln t + (b\,c - a\,d)\,\varphi}{d},\quad R,\quad \Phi-\varphi,\quad p\,t^{-\frac{1}{d}}\,e^{\frac{b\,\varphi}{d}},\quad \rho\,t^{-\frac{1}{d}}\,e^{\frac{b\,\varphi}{d}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = \frac{d\,I_2(\sigma) + c\,\ln t + (a\,d - b\,c)\,\varphi}{d}, \Phi = I_4(\sigma)+\varphi, R = I_3(\sigma),\\
&p = I_5(\sigma)\,t^{\frac{1}{d}}\,e^{-\frac{b\,\varphi}{d}}, \rho = I_6(\sigma)\,t^{\frac{1}{d}}\,e^{-\frac{b\,\varphi}{d}},\quad \sigma=\frac{r}{t}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&d\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4-\sigma)\,I_2'+(a\,d-b\,c)\,I_3\,\sin I_4+c\,\sigma=0,\\
&-d\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4-\sigma)I_6\;I_3'+d\,\sigma\,\cos I_4\,I_5'-b\,\sin I_4\,I_5=0,\\
&-d\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4-\sigma)\,I_3\,I_6\;I_4'-d\,\sigma\,\sin I_4\,I_5'+d\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6-b\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&d\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4-\sigma)\,I_6'-d\,\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+(d\,\cos I_4-b\,\sin I_4)\,I_3\,I_6+\sigma\,I_6=0,\\
&d\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4-\sigma)\,I_6\,I_5'+d\,\gamma\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4-\sigma)\,I_5\,I_6'+(1-\gamma)(\sigma-b\,I_3\,\sin I_4)\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 29.

Базис подалгебры: $1, 7+a\,11, b\,11+14, \quad a^2+b^2\neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (6. 113)=<1, 4, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{t}, \quad u, \quad R, \quad \Phi-\varphi, \quad p\,t^{-\frac{1}{b}}\,e^{\frac{a\,\varphi}{b}}, \quad \rho\,t^{-\frac{1}{b}}\,e^{\frac{a\,\varphi}{b}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=I_2(\sigma), \Phi=I_4(\sigma)+\varphi, R=I_3(\sigma),\\
&p=I_5(\sigma)\,t^{\frac{1}{b}}\,e^{-\frac{a\,\varphi}{b}}, \rho=I_6(\sigma)\,t^{\frac{1}{b}}\,e^{-\frac{a\,\varphi}{b}}, \quad \sigma=\frac{r}{t}.
\end{aligned}
$$

Система координат: C
Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_3\,I_6\,I_2'=0,\\
&(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_6\;I_3'-b\,\sigma\,\cos I_4\,I_5'+a\,\sin I_4\,I_5=0,\\
&b\,\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_3\,I_6\;I_4'+b\,\sigma\,\sin I_4\,I_5'-b\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6+a\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&b\,\sigma\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-b\,\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'-b\,\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_6'+(b\,\cos I_4-a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6+\sigma\,I_6=0,\\
&b\,\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_5'-b\,\gamma\,\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_5\,I_6'+(\gamma-1)(\sigma-a\,I_3\,\sin I_4)\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Из первого уравнения интеграл $I_2=C$.

Подалгебра № 30.

Базис подалгебры: a 1+7, 4+10, b 1+14, $\quad a^2+b^2=1.$
Нормализатор подалгебры: (4. 32)=<1, 7, 4+10, 14 >

Инварианты: $r, \quad u-t, \quad R, \quad \Phi-\varphi, \quad p\,e^{\frac{t^2+2\,a\,\varphi-2\,x}{2\,b}}, \quad \rho\,e^{\frac{t^2+2\,a\,\varphi-2\,x}{2\,b}}.$

Представление решения:

$$
u=I_2(r)+t, \Phi=I_4(r)+\varphi, R=I_3(r), p=I_5(r)\,e^{\frac{2\,x-t^2-2\,a\,\varphi}{2\,b}}, \rho=I_6(r)\,e^{\frac{2\,x-t^2-2\,a\,\varphi}{2\,b}}.
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&b\,d\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_2' + I_5 + b\,I_6 = 0,\\
&b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3' + b\,r\,\cos I_4\,I_5' - a\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&b\,r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4' - b\,r\,\sin I_4\,I_5' + b\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6 - a\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&b\,r\,\cos I_4\,I_6\,I_3' - b\,r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' + b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6' + d\,r\,I_2\,I_6 + b\,I_3\,\cos I_4\,I_6 - a\,I_3\,\sin I_4\,I_6 = 0,\\
&b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5' - b\,\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6' + d\,r\,(1-\gamma)\,I_2\,I_5\,I_6 + a\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 34.

Базис подалгебры: $1, a\,4 + 7 + b\,10, c\,4 + d\,10 + 14, \quad a^2 + c^2 = 1, b^2 + c^2 = 1.$
Нормализатор подалгебры: (5. 200)=<1, 4, 10, 7+a 11+b 13, c 11+d 13+14 >

Инварианты: $r, \quad u + \dfrac{(b\,c - a\,d)\,\varphi - c\,t}{d}, \quad R, \quad \Phi - \varphi, \quad p\,e^{\frac{b\,\varphi - t}{d}}, \quad \rho\,e^{\frac{b\,\varphi - t}{d}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(r) - \frac{(b\,c - a\,d)\,\varphi - c\,t}{d}, \Phi = I_4(r) + \varphi, R = I_3(r),\\
&p = I_5(r)\,e^{\frac{t - b\,\varphi}{d}}, \rho = I_6(r)\,e^{\frac{t - b\,\varphi}{d}}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&d\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_2' + (a\,d - b\,c)\,I_3\,\sin I_4 + c\,r = 0,\\
&d\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\;I_3' + d\,r\,\cos I_4\,I_5' - b\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&d\,r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\;I_4' - d\,r\,\sin I_4\,I_5' + d\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6 - b\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&d\,r\,\cos I_4\,I_6\,I_3' - d\,r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' + d\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6' + (d\,\cos I_4 - b\,\sin I_4)\,I_3\,I_6 + r\,I_6 = 0,\\
&d\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5' - d\,\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6' + (1-\gamma)(r - b\,I_3\,\sin I_4)\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 35.

Базис подалгебры: $1, 7 + a\,10, b\,10 + 14, \quad a^2 + b^2 = 1.$
Нормализатор подалгебры: (6. 111)=<1, 4, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $r, \quad u, \quad R, \quad \Phi - \varphi, \quad p\,e^{\frac{a\,\varphi - t}{b}}, \quad \rho\,e^{\frac{a\,\varphi - t}{b}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(r), \Phi = I_4(r) + \varphi, R = I_3(r),\\
&p = I_5(r)\,e^{\frac{t - a\,\varphi}{b}}, \rho = I_6(r)\,e^{\frac{t - a\,\varphi}{b}}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_2'=0,\\
&b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\;I_3'+b\,r\,\cos I_4\,I_5'-a\,\sin I_4\,I_5=0,\\
&b\,r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\;I_4'-b\,r\,\sin I_4\,I_5'+b\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6-a\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&b\,r\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-b\,r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6'+(b\,\cos I_4-a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6+r\,I_6=0,\\
&b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5'-b\,\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6'+(1-\gamma)(r-a\,I_3\,\sin I_4)\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Из первого уравнения интеграл $I_2=C$.

Подалгебра № 36.

Базис подалгебры: $10, 11, 7+a\,13+b\,14$.
Нормализатор подалгебры: (5. 164)=<7, 10, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{x},\quad u\,e^{a\,\varphi},\quad R\,e^{a\,\varphi},\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{-b\,\varphi},\quad \rho\,e^{-(2\,a+b)\,\varphi}$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=I_2(\sigma)\,e^{-a\,\varphi},\Phi=I_4(\sigma)+\varphi,R=I_3(\sigma)\,e^{-a\,\varphi},\\
&p=I_5(\sigma)\,e^{b\,\varphi},\rho=I_6(\sigma)\,e^{(2\,a+b)\,\varphi},\quad \sigma=\frac{r}{x}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&\sigma\,(\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_2'+\sigma^2\,I_5'+a\,I_2\,I_3\,\sin I_4\,I_6=0,\\
&\sigma\,(\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_3'-\sigma\,\cos I_4\,I_5'-b\,\sin I_4\,I_5+a\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6=0,\\
&\sigma\,(\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_4'+\sigma\,\sin I_4\,I_5'-I_3^2\,\sin I_4\,I_6-b\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&\sigma^2\,I_6\,I_2'-\sigma\,\cos I_4\,I_6\,I_3'+\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+\sigma\,(\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4)\,I_6'-\\
&(\cos I_4+(a+b)\,\sin I_4)\,I_3\,I_6=0,\\
&\sigma\,(\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_5'+\gamma\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4-\sigma\,I_2)\,I_5\,I_6'+[b\,(\gamma-1)+2\,a\,\gamma]\,I_3\,\sin I_4\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 38.

Базис подалгебры: $4, 11, 7+a\,13+b\,14$.
Нормализатор подалгебры: (5. 166)=<4, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\varphi+\dfrac{\ln r-\ln t}{a},\quad \dfrac{u\,t-x}{r},\quad \dfrac{R\,t}{r},\quad \Phi+\dfrac{\ln r-\ln t}{a},\quad p\,t^{-\frac{b}{a}}\,r^{\frac{b}{a}},\quad \rho\,t^{-\frac{2\,a+b}{a}}\,r^{\frac{2\,a+b}{a}}$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=I_2(\sigma)\,e^{-a\,\varphi},\Phi=I_4(\sigma)+\varphi,R=I_3(\sigma)\,e^{-a\,\varphi},\\
&p=I_5(\sigma)\,e^{b\,\varphi},\rho=I_6(\sigma)\,e^{(2\,a+b)\,\varphi},\quad \sigma=\varphi+\frac{\ln r-\ln t}{a}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&[I_3\,(\cos(\sigma - I_4) - a\sin(\sigma - I_4)) - 1]\,I_6\,I_2' + a\,I_2\,I_3\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6 = 0,\\
&[I_3\,(\cos(\sigma - I_4) - a\sin(\sigma - I_4)) - 1]\,I_6\,I_3' + (\cos(\sigma - I_4) - a\sin(\sigma - I_4))\,I_5' +\\
&a\,I_3^2\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6 - a\,I_3\,I_6 - b\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) - a\,I_3\,\sin(\sigma - I_4) - 1]\,I_3\,I_6\,I_4' + (a\,\cos(\sigma - I_4) + \sin(\sigma - I_4))\,I_5' +\\
&I_3\,I_6 - I_3^2\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6 - b\,\sin(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) - a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_3' + [a\,\cos(\sigma - I_4) + \sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4' +\\
&[\cos(\sigma - I_4) - a\,I_3\,\sin(\sigma - I_4) - 1]\,I_6' - [(a+b)\,\cos(\sigma - I_4) + \sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6 + (3\,a + b)\,I_6 = 0,\\
&[I_3\,(\cos(\sigma - I_4) - a\sin(\sigma - I_4)) - 1]\,I_6\,I_5' + \gamma\,[I_3\,(a\,\sin(\sigma - I_4) - \cos(\sigma - I_4)) + 1]\,I_5\,I_6' +\\
&[(b\,(\gamma - 1) + 2\,a\,\gamma)\,I_3\,\cos(\sigma - I_4) - 1]\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 44.

Базис подалгебры: $1, a\,4 + 11, b\,4 + 7 + c\,14, \quad a^2 + b^2 = 1.$
Нормализатор подалгебры: (5. 191)=<1, 4, 11, 7+a 13, b 13+14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{t}, \quad u - a\,\ln t - b\,\varphi, \quad R, \quad \Phi - \varphi, \quad p\,e^{-c\,\varphi}, \quad \rho\,e^{-c\,\varphi}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(\sigma) + a\,\ln t + b\,\varphi, \Phi = I_4(\sigma) + \varphi, R = I_3(\sigma),\\
&p = I_5(\sigma)\,e^{c\,\varphi}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{c\,\varphi}, \quad \sigma = \frac{r}{t}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&\sigma\,(\sigma - I_3\,\cos I_4)\,I_2' - b\,I_3\,\sin I_4 - a\,\sigma = 0,\\
&\sigma\,(\sigma - I_3\,\cos I_4)\,I_6\;I_3' - \sigma\,\cos I_4\,I_5' - c\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&\sigma\,(\sigma - I_3\,\cos I_4)\,I_3\,I_6\;I_4' + \sigma\,\sin I_4\,I_5' - I_3^2\,\sin I_4\,I_6 - c\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&\sigma\,\cos I_4\,I_6\,I_3' - \sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' - \sigma\,(\sigma - I_3\,\cos I_4)\,I_6' + (\cos I_4 + c\,\sin I_4)\,I_3\,I_6 = 0,\\
&\sigma\,(\sigma - I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_5' - \gamma\,\sigma\,(\sigma - I_3\,\cos I_4)\,I_5\,I_6' + c\,(\gamma - 1)\,I_3\,\sin I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 47.

Базис подалгебры: $1, 11, 7 + a\,13 + b\,14, \quad a \neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (5. 167)=<1, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\varphi + \dfrac{\ln r - \ln t}{a}, \quad \dfrac{u\,t}{r}, \quad \dfrac{R\,t}{r}, \quad \Phi + \dfrac{\ln r - \ln t}{a}, \quad p\,t^{-\frac{b}{a}}\,r^{\frac{b}{a}}, \quad \rho\,t^{-\frac{2\,a+b}{a}}\,r^{\frac{2\,a+b}{a}}.$

Представление решения:

$$u=\frac{I_2(\sigma)\,r}{t},\Phi=I_4(\sigma)+\frac{\ln t-\ln r}{a},R=\frac{I_3(\sigma)\,r}{t},$$
$$p=I_5(\sigma)\,t^{\frac{b}{a}}\,r^{-\frac{b}{a}},\rho=I_6(\sigma)\,t^{\frac{2\,a+b}{a}}\,r^{-\frac{2\,a+b}{a}},\quad \sigma=\frac{r}{t}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&[(\cos(\sigma-I_4)-a\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3-1]\,I_6\,I_2'+a\,I_2\,(I_3\,\cos(\sigma-I_4)-1)\,I_6=0,\\
&[(\cos(\sigma-I_4)-a\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3-1]\,I_6\,I_3'+(\cos(\sigma-I_4)-a\,\sin(\sigma-I_4))\,I_5'+\\
&a\,I_3^2\,\cos(\sigma-I_4)\,I_6-a\,I_3\,I_6-b\,\cos(\sigma-I_4)\,I_5=0,\\
&[(\cos(\sigma-I_4)-a\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3-1]\,I_3\,I_6\,I_4'+(a\,\cos(\sigma-I_4)+\sin(\sigma-I_4))\,I_5'-\\
&I_3^2\,\cos(\sigma-I_4)\,I_6+I_3\,I_6-b\,\sin(\sigma-I_4)\,I_5=0,\\
&[\cos(\sigma-I_4)-a\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_6\,I_3'+[a\,\cos(\sigma-I_4)+\sin(\sigma-I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4'+\\
&[(\cos(\sigma-I_4)-a\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3-1]\,I_6'+(2\,a+b)\,I_6-[(a+b)\,\cos I_4+\sin(\sigma-I_4)]\,I_3\,I_6=0,\\
&[(\cos(\sigma-I_4)-a\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3-1]\,I_6\,I_5'+\gamma\,[(a\,\sin(\sigma-I_4)-\cos(\sigma-I_4))I_3+1]\,I_5\,I_6'+\\
&[b\,(\gamma-1)+2\,a\,\gamma][I_3\,\cos(\sigma-I_4)-1]\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 48.

Базис подалгебры: $1, 11, 7+a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (6. 113)=<1, 4, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{t},\quad u,\quad R,\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{-a\,\varphi},\quad \rho\,e^{-a\,\varphi}.$

Представление решения:

$$u=I_2(\sigma),\Phi=I_4(\sigma)+\varphi,R=I_3(\sigma),$$
$$p=I_5(\sigma)\,e^{a\,\varphi},\rho=I_6(\sigma)\,e^{a\,\varphi},\quad \sigma=\frac{r}{t}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_3\,I_6\,I_2'=0,\\
&\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_3\,I_6\,I_3'-\sigma\,\cos I_4\,I_5'-a\,\sin I_4\,I_5=0,\\
&\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_3\,I_6\,I_4'+\sigma\,\sin I_4\,I_5'-I_3^2\,\sin I_4\,I_6-a\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&\sigma\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'-\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_6'+(\cos I_4+a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6=0,\\
&\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_5'-\gamma\,\sigma\,(\sigma-I_3\,\cos I_4)\,I_5\,I_6'+a\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}$$

Из первого уравнения интеграл $I_2=C$.

Подалгебра № 51.

Базис подалгебры: $1, 10, 7+a\,11+b\,13+c\,14, b\neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 109)=<1, 7, 10, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\varphi - \dfrac{\ln r}{a}$, $\quad u\,r^{\frac{b}{a}}$, $\quad R\,r^{\frac{b}{a}}$, $\quad \Phi - \dfrac{\ln r}{a}$, $\quad p\,r^{-\frac{c}{a}}$, $\quad \rho\,r^{-\frac{2\,b+c}{a}}$.

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma)\,r^{-\frac{b}{a}}, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{\ln r}{a}, R = I_3(\sigma)\,r^{-\frac{b}{a}},$$
$$p = I_5(\sigma)\,r^{\frac{c}{a}}, \rho = I_6(\sigma)\,r^{\frac{2\,b+c}{a}}, \quad \sigma = \varphi - \frac{\ln r}{a}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_2' + b\,\cos(\sigma - I_4)\,I_2 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_3' + [\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' +\\
&b\,\cos(\sigma - I_4)\,I_3^2\,I_6 - c\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3^2\,I_6\,I_4' + [\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_5' -\\
&\cos(\sigma - I_4)\,I_3^2\,I_6 - c\,\sin(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_3' + [\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4' +\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6' - [(b + c)\,\cos(\sigma - I_4) + \sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_5' - [\gamma\,\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5\,I_6' +\\
&[c\,(\gamma - 1) + 2\,b\,\gamma]\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 52.

Базис подалгебры: 1, 10, 7+a 11+b 14.
Нормализатор подалгебры: (7. 57)=<1, 4, 7, 10, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{a\,\varphi - \ln r}{a}$, $\quad u$, $\quad R$, $\quad \dfrac{a\,\Phi - \ln r}{a}$, $\quad p\,r^{-\frac{b}{a}}$, $\quad \rho\,r^{-\frac{b}{a}}$.

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma), \Phi = \frac{a\,I_4(\sigma) + \ln r}{a}, R = I_3(\sigma),$$
$$p = I_5(\sigma)\,r^{\frac{b}{a}}, \rho = I_6(\sigma)\,r^{\frac{b}{a}}, \quad \sigma = \frac{a\,\varphi - \ln r}{a}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_2' = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_3' + [\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' - b\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3^2\,I_6\,I_4' + [\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_5' - \cos(\sigma - I_4)\,I_3^2\,I_6 -\\
&b\,\sin(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]I_6\,I_3' + [\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4' +\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]I_3\,I_6' - [b\,\cos(\sigma - I_4) + \sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_5' - \gamma\,[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5\,I_6' +\\
&b\,(\gamma - 1)\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}$$

Имеется интеграл $I_2 = C$.

Возьмем $I_4 = \sigma + \operatorname{arctg}\dfrac{1}{a}$, $\Phi = \varphi + \operatorname{arctg}\dfrac{1}{a}$. Тогда первое уравнение удовлетворяется. Остальные уравнения приобретают вид

$$b\, I_5 = 0, \quad (a^2+1)\, I_5' + a\, I_3^2\, I_6 - b\, I_5 = 0, \quad (a+b)\, I_3\, I_6 = 0, \quad b\,(\gamma-1)\, I_5\, I_6 = 0$$

Подалгебра № 59.

Базис подалгебры: 1, 10, 4+7+a 11+b 14.
Нормализатор подалгебры: (6. 10)=<1, 4, 7, 10, 11, a 13+b 14 >

Инварианты: $\dfrac{a\,\varphi - \ln r}{a}, \quad \dfrac{a\,u - \ln r}{a}, \quad R, \quad \dfrac{a\,\Phi - \ln r}{a}, \quad p\,r^{-\frac{b}{a}}, \quad \rho\, r^{-\frac{b}{a}}$.

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma) + \frac{\ln r}{a}, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{\ln r}{a}, R = I_3(\sigma),$$
$$p = I_5(\sigma)\, r^{\frac{b}{a}}, \rho = I_6(\sigma)\, r^{\frac{b}{a}}, \quad \sigma = \varphi - \frac{\ln r}{a}.$$

Факторсистема:

$$[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\, I_6\, I_2' - \cos(\sigma - I_4)\, I_6 = 0,$$
$$[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\, I_3\, I_6\, I_3' + [\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\, I_5' - b\,\cos(\sigma - I_4)\, I_5 = 0,$$
$$[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\, I_3^2\, I_6\, I_4' + [\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4)]\, I_5' - \cos(\sigma - I_4)\, I_3^2\, I_6 -$$
$$b\,\sin(\sigma - I_4)\, I_5 = 0,$$
$$[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)] I_6\, I_3' + [\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4)]\, I_3\, I_6\, I_4' +$$
$$[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)] I_3\, I_6' - [b\,\cos(\sigma - I_4) + \sin(\sigma - I_4)]\, I_3\, I_6 = 0,$$
$$[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\, I_6\, I_5' - \gamma\,[\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\, I_5\, I_6' +$$
$$b\,(\gamma - 1)\,\cos(\sigma - I_4)\, I_5\, I_6 = 0$$

Подалгебра № 66.

Базис подалгебры: $1, 4+10, 7+2\,a\,11 - a\,13 + b\,14, a \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (5. 174)=<1, 7, 4+10, 2 11-13, 14 >

Инварианты: $\varphi - \dfrac{\ln r}{2\,a}, \quad \dfrac{u-t}{\sqrt{r}}, \quad \dfrac{R}{\sqrt{r}}, \quad \Phi - \dfrac{\ln r}{2\,a}, \quad p\,r^{-\frac{b}{2\,a}}, \quad \rho\, r^{\frac{2\,a-b}{2\,a}}$.

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma)\,\sqrt{r} + t, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{\ln r}{2\,a}, R = I_3(\sigma)\,\sqrt{r},$$
$$p = I_5(\sigma)\, r^{\frac{b}{2\,a}}, \rho = I_6(\sigma)\, r^{\frac{b-2\,a}{2\,a}}, \quad \sigma = \varphi - \frac{\ln r}{2\,a}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&[\cos(\sigma - I_4) + 2\,a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_2' - a\,[2 + I_2\,I_3\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_6 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + 2\,a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_3' + [\cos(\sigma - I_4) + 2\,a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' -\\
&a\,I_3^2\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6 - b\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_5 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + 2\,a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3^2\,I_6\,I_4' + [\sin(\sigma - I_4) - 2\,a\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_5' - \cos(\sigma - I_4)\,I_3^2\,I_6 -\\
&b\,\sin(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + 2\,a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_3' + [\sin(\sigma - I_4) - 2\,a\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4' +\\
&[\cos(\sigma - I_4) + 2\,a\,\sin(\sigma - I_4)]I_3\,I_6' + [(a - b)\,\cos(\sigma - I_4) - \sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6 = 0,\\
&[\cos(\sigma - I_4) + 2\,a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_5' - \gamma\,[\cos(\sigma - I_4) + 2\,a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5\,I_6' +\\
&(b\,(\gamma - 1) - 2\,a\,\gamma)\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 67.

Базис подалгебры: $1, 4 + 10, 7 + a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (6. 111)=<1, 4, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $r, \quad u - t, \quad R, \quad \Phi - \varphi, \quad p\,e^{-a\,\varphi}, \quad \rho\,e^{-a\,\varphi}$.

Представление решения:

$$u = I_2(r) + t, \Phi = I_4(r) + \varphi, R = I_3(r), p = I_5(r)\,e^{a\,\varphi}, \rho = I_6(r)\,e^{a\,\varphi}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_3\,\cos I_4\,I_2' + 1 = 0,\\
&r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3' + r\,\cos I_4\,I_5' + a\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4' - r\,\sin I_4\,I_5' + I_3^2\,\sin I_4\,I_6 + a\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&r\,\cos I_4\,I_6\,I_3' - r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' + r\,I_3\,\cos I_4\,I_6' + [\cos(I_4 + a\,\sin I_4]\,I_3\,I_6 = 0,\\
&r\,\cos I_4\,I_6\,I_5' - \gamma\,r\,\cos I_4\,I_5\,I_6' + a\,(1 - \gamma)\,\sin I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 70.

Базис подалгебры: $1, 4 + 10, 4 + 7 + a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (5. 200)=<1, 4, 10, 7+a 11+b 13, c 11+d 13+14 >

Инварианты: $r, \quad u - t - \varphi, \quad R, \quad \Phi - \varphi, \quad p\,e^{-a\,\varphi}, \quad \rho\,e^{-a\,\varphi}$.

Представление решения:

$$u = I_2(r) + t + \varphi, \Phi = I_4(r) + \varphi, R = I_3(r), p = I_5(r)\,e^{a\,\varphi}, \rho = I_6(r)\,e^{a\,\varphi}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&r\,I_3\,\cos I_4\,I_2' + I_3\,\sin I_4 + r = 0,\\
&r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3' + r\,\cos I_4\,I_5' + a\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4' - r\,\sin I_4\,I_5' + I_3^2\,\sin I_4\,I_6 + a\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&r\,\cos I_4\,I_6\,I_3' - r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' + r\,I_3\,\cos I_4\,I_6' + (\cos I_4 + a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6 = 0,\\
&r\,\cos I_4\,I_6\,I_5' - \gamma\,r\,\cos I_4\;I_5\,I_6' + a\,(1-\gamma)\,\sin I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 137.

Базис подалгебры: $2, 3, 7 + a\,11 + b\,13 + c\,14, \quad a\,b\,(a+b) \neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (6. 114)$=<$ 2, 3, 7, 11, 13, 14 $>$

Инварианты: $x\,t^{-\frac{a}{a+b}}, \quad u\,t^{\frac{b}{a+b}}, \quad R\,t^{\frac{b}{a+b}}, \quad \Phi - \dfrac{\ln t}{a+b}, \quad p\,t^{-\frac{c}{a+b}}, \quad \rho\,t^{-\frac{2\,b+c}{a+b}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(\sigma)\,t^{-\frac{b}{a+b}}, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{\ln t}{a+b}, R = I_3(\sigma)\,t^{-\frac{b}{a+b}},\\
&p = I_5(\sigma)\,t^{\frac{c}{a+b}}, \rho = I_6(\sigma)\,t^{\frac{2\,b+c}{a+b}}, \quad \sigma = x\,t^{-\frac{a}{a+b}}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&[a\,\sigma - (a+b)\,I_2]\,I_6\,I_2' - (a+b)\,I_5' + b\,I_2\,I_6 = 0,\\
&[a\,\sigma - (a+b)\,I_2]\,I_3' + b\,I_3 = 0,\\
&[a\,\sigma - (a+b)\,I_2]\,I_4' - 1 = 0,\\
&(a+b)\,I_6\,I_2' - [a\,\sigma - (a+b)\,I_2]\,I_6' + (2\,b+c)\,I_6 = 0,\\
&[a\,\sigma - (a+b)\,I_2]\,I_6\,I_5' - \gamma\,[a\,\sigma - (a+b)\,I_2]\,I_5\,I_6' + [(2\,b+c)\,\gamma - c]\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Комбинируя второе и третье уравнения, получаем интеграл $I_3\,e^{b\,I_4} = C$.

Подалгебра № 147.

Базис подалгебры: $2, 3, 7 + 10 + a\,11 - a\,13 + b\,14, \quad a \neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (6. 110)$=<$ 2, 3, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 $>$

Инварианты: $x\,e^{-a\,t}, \quad u\,e^{-a\,t}, \quad R\,e^{-a\,t}, \quad \Phi - t, \quad p\,e^{-b\,t}, \quad \rho\,e^{(2\,a-b)\,t}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(\sigma)\,e^{a\,t}, \Phi = I_4(\sigma) + t, R = I_3(\sigma)\,e^{a\,t},\\
&p = I_5(\sigma)\,e^{b\,t}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{(b-2\,a)\,t}, \quad \sigma = x\,e^{-a\,t}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(I_2 - a\,\sigma)\,I_6\,I_2' + I_5' + a\,I_2\,I_6 = 0,\\
&(I_2 - a\,\sigma)\,I_3' + a\,I_3 = 0,\\
&(I_2 - a\,\sigma)\,I_4' + 1 = 0,\\
&I_6\,I_2' + (I_2 - a\,\sigma)\,I_6' + (b - 2\,a)\,I_6 = 0,\\
&(I_2 - a\,\sigma)\,I_6\,I_5' - \gamma\,(I_2 - a\,\sigma)\,I_5\,I_6' + [(2\,a - b)\,\gamma + b]\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Комбинируя второе и третье уравнения, получаем интеграл $I_3\,e^{-a\,I_4} = C$.

Подалгебра № 151.

Базис подалгебры: $2, 3, 1 + 7 + a\,13 + b\,14, \quad a \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 119)=<1, 2, 3, 4, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $\dfrac{a\,x - \ln t}{a}, \quad t\,u, \quad t\,R, \quad \dfrac{a\,\Phi - \ln t}{a}, \quad p\,t^{-\frac{b}{a}}, \quad \rho\,t^{-\frac{2\,a+b}{a}}$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = \frac{I_2(\sigma)}{t}, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{\ln t}{a}, R = \frac{I_3(\sigma)}{t},\\
&p = I_5(\sigma)\,t^{\frac{b}{a}}, \rho = I_6(\sigma)\,t^{\frac{2\,a+b}{a}}, \quad \sigma = \frac{a\,x - \ln t}{a}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(a\,I_2 - 1)\,I_6\,I_2' + a\,I_5' - a\,I_2\,I_6 = 0,\\
&(a\,I_2 - 1)\,I_3' - a\,I_3 = 0,\\
&(a\,I_2 - 1)\,I_4' + 1 = 0,\\
&a\,I_6\,I_2' + (a\,I_2 - 1)\,I_6' + (b + 2\,a)\,I_6 = 0,\\
&(a\,I_2 - 1)\,I_6\,I_5' - \gamma\,(a\,I_2 - 1)\,I_5\,I_6' - [(b + 2\,a)\,\gamma - b]\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Из второго и третьего уравнений интеграл $I_3\,e^{a\,I_4} = C$.

Подалгебра № 153.

Базис подалгебры: $2, 3, 4 + 7 + a\,11 + b\,14, \quad a \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 148)=<2, 3, 4, 11, 7+a 13, b 13+14 >

Инварианты: $\dfrac{a\,x - t\,\ln t}{a}, \quad \dfrac{a\,u - \ln t}{a}, \quad R, \quad \dfrac{a\,\Phi - \ln t}{a}, \quad p\,t^{-\frac{b}{a}}, \quad \rho\,t^{-\frac{b}{a}}$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(\sigma) + \frac{\ln t}{a}, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{\ln t}{a}, R = I_3(\sigma),\\
&p = I_5(\sigma)\,t^{\frac{b}{a}}, \rho = I_6(\sigma)\,t^{\frac{b}{a}}, \quad \sigma = \frac{a\,x - t\,\ln t}{a}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&(a\,\sigma - a\,I_2 + 1)\,I_6\,I_2' - a\,I_5' - a^2\,I_5 - I_6 = 0,\\
&(a\,\sigma - a\,I_2 + 1)\,I_6\,I_3' = 0,\\
&(a\,\sigma - a\,I_2 + 1)\,I_4' - 1 = 0,\\
&a\,I_6\,I_2' - (a\,\sigma - a\,I_2 + 1)\,I_6' + a^2\,I_2\,I_6 - a^2\,\sigma\,I_6 = 0,\\
&(a\,\sigma - a\,I_2 + 1)\,I_6\,I_5' - \gamma\,(a\,\sigma - a\,I_2 + 1)\,I_5\,I_6' + a^2\,(1-\gamma)\,(\sigma - I_2)\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 160.

Базис подалгебры: 2, 3, 4+7+10+a 14.
Нормализатор подалгебры: (6. 20)=<1, 2, 3, 4+10, 14 >

Инварианты: $x - \dfrac{1}{2}\,t^2, \quad u - t, \quad R, \quad \Phi - t, \quad p\,e^{-a\,t}, \quad \rho\,e^{-a\,t}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(\sigma) + t, \Phi = I_4(\sigma) + t, R = I_3(\sigma),\\
&p = I_5(\sigma)\,e^{a\,t}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{a\,t}, \quad \sigma = x - \frac{1}{2}\,t^2.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_2\,I_6\,I_2' + I_5' + I_6 = 0,\\
&I_2\,I_6\,I_3' = 0,\\
&I_2\,I_4' + 1 = 0,\\
&I_6\,I_2' + I_2\,I_6' + a\,I_6 = 0,\\
&I_2\,I_6\,I_5' - \gamma\,I_2\,I_5\,I_6' + a\,(1-\gamma)\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Из второго уравнения интеграл $I_3 = C$.

Подалгебра № 164.

Базис подалгебры: 7+a 11, b 11+13, c 11+14, $\quad a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$,
$a^2 + (1+b)^2 + c^2 \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (4. 215)=<7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{x}, \quad \dfrac{u\,t}{x}, \quad \dfrac{R\,t}{x}, \quad \Phi - \varphi, \quad p\,e^{\frac{a\,\varphi}{c}}\,t^{\frac{b}{c}}\,x^{-\frac{b+1}{c}}, \quad \rho\,e^{\frac{a\,\varphi}{c}}\,t^{\frac{b-2\,c}{c}}\,x^{\frac{2\,c-b-1}{c}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(\sigma)\,\frac{x}{t}, \Phi = I_4(\sigma) + \varphi, R = I_3(\sigma)\,\frac{x}{t},\\
&p = I_5(\sigma)\,e^{-\frac{a\,\varphi}{c}}\,t^{-\frac{b}{c}}\,x^{\frac{b+1}{c}}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{-\frac{a\,\varphi}{c}}\,t^{\frac{2\,c-b}{c}}\,x^{\frac{b+1-2\,c}{c}}, \quad \sigma = \frac{r}{x}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&c\,(\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4)\,I_6\,I_2' + c\,\sigma\,I_5' + c\,I_2\,I_6 - c\,I_2^2\,I_6 - (b+1)\,I_5 = 0,\\
&c\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4 - \sigma\,I_2)\,I_6\,I_3' + c\,\sigma\,\cos I_4\,I_5' - c\,\sigma\,I_3\,I_6 + c\,\sigma\,I_2\,I_3\,I_6 - a\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&c\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4 - \sigma\,I_2)\,I_3\,I_6\,I_4' - c\,\sigma\,\sin I_4\,I_5' + c\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6 - a\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&c\,\sigma^2\,I_6\,I_2' - c\,\sigma\,\cos I_4\,I_6\,I_3' + c\,\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' - c\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4 - \sigma\,I_2)\,I_6' + (b-2\,c)\,\sigma\,I_6 +\\
&(c-b-1)\,\sigma\,I_2\,I_6 + [a\,\sin I_4 - c\,\cos I_4]\,I_3\,I_6 = 0,\\
&c\,\sigma\,(I_3\,\cos I_4 - \sigma\,I_2)\,I_6\,I_5' + c\,\gamma\,\sigma\,(\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4)\,I_5\,I_6' +\\
&[\sigma\,(b\,(\gamma-1) - 2\,c\,\gamma) + (1 + b + (2\,c - b - 1)\,\gamma)\,\sigma\,I_2 + a\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4]\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 165.

Базис подалгебры: a 1+7, b 1+13, c 1+14, $\quad a^2+b^2+c^2=1.$
Нормализатор подалгебры: (4. 217)=<1, 7+a b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $r,\quad u\,t,\quad R\,t,\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{\frac{a\,\varphi - x}{c}}\,t^{\frac{b}{c}},\quad \rho\,e^{\frac{a\,\varphi - x}{c}}\,t^{\frac{b-2\,c}{c}}.$

Представление решения:

$$
u = \frac{I_2(r)}{t}, \Phi = I_4(r) + \varphi, R = \frac{I_3(r)}{t}, p = I_5(r)\,e^{\frac{x - a\,\varphi}{c}}\,t^{-\frac{b}{c}}, \rho = I_6(r)\,e^{\frac{x - a\,\varphi}{c}}\,t^{\frac{2\,c-b}{c}}.
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&c\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_2' + I_5 - c\,I_2\,I_6 = 0,\\
&c\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3' + c\,r\,\cos I_4\,I_5' - c\,r\,I_3\,I_6 - a\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&c\,r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4' - c\,r\,\sin I_4\,I_5' + c\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6 - a\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&c\,r\,\cos I_4\,I_6\,I_3' - c\,r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' + c\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6' + (2\,c - b)\,r\,I_6 + r\,I_2\,I_6 +\\
&[c\,\cos I_4 - a\,\sin I_4]\,I_3\,I_6 = 0,\\
&c\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5' - c\,r\,\gamma\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6' +\\
&[r\,(b\,(\gamma-1) - 2\,c\,\gamma) + r\,(1-\gamma)\,I_2 + a\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4]\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 166.

Базис подалгебры: 11, 7+a 13, b 13+14, $\quad a^2+b^2\neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (4. 215)=<7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\frac{r}{x},\quad \frac{u\,t}{x},\quad \frac{R\,t}{x},\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{\frac{a\,\varphi}{b}}\,t^{-\frac{1}{b}}\,x^{\frac{1}{b}},\quad \rho\,e^{\frac{a\,\varphi}{b}}\,t^{-\frac{2\,b+1}{b}}\,x^{\frac{2\,b+1}{b}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(\sigma)\,\frac{x}{t}, \Phi = I_4(\sigma) + \varphi, R = I_3(\sigma)\,\frac{x}{t},\\
&p = I_5(\sigma)\,e^{-\frac{a\,\varphi}{b}}\,t^{\frac{1}{b}}\,x^{-\frac{1}{b}}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{-\frac{a\,\varphi}{b}}\,t^{\frac{2\,b+1}{b}}\,x^{-\frac{2\,b+1}{b}},\quad \sigma = \frac{r}{x}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&b\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_2'+b\,\sigma\,I_5'+b\,I_2\,I_6-b\,I_2^2\,I_6+I_5=0,\\
&b\,\sigma\,[I_3\,\cos I_4-\sigma\,I_2]\,I_6\,I_3'+b\,\sigma\,\cos I_4\,I_5'-b\,\sigma\,I_3\,I_6+b\,\sigma\,I_2\,I_3\,I_6-a\,\sin I_4\,I_5=0,\\
&b\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_3\,I_6\,I_4'+b\,\sigma\,\sin I_4\,I_5'-b\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6+a\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&b\,\sigma^2\,I_6\,I_2'-b\,\sigma\,\cos I_4\,I_6\,\,I_3'+b\,\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+b\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_6'-\\
&(2\,b+1)\,\sigma\,I_6+(b+1)\,\sigma\,I_2\,I_6-(b\,\cos I_4-a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6=0,\\
&-b\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_5'+b\,\gamma\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_5\,I_6'+\\
&[(2\,b\,\gamma+\gamma-1)\,\sigma\,(I_2-1)+a\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4)]\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 167.

Базис подалгебры: 7+a 10, b 10+11-13, c 10+14, $a^2+b^2+c^2=1$.
Нормализатор подалгебры: (4. 214)=<10, 7+a b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{x},\quad \dfrac{u}{x},\quad \dfrac{R}{x},\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{\frac{a\,\varphi-t}{c}}\,x^{\frac{b}{c}},\quad \rho\,e^{\frac{a\,\varphi-t}{c}}\,x^{\frac{2\,c+b}{c}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=I_2(\sigma)\,x,\Phi=I_4(\sigma)+\varphi,R=I_3(\sigma)\,x,\\
&p=I_5(\sigma)\,e^{t-\frac{a\,\varphi}{c}}\,x^{-\frac{b}{c}},\rho=I_6(\sigma)\,e^{t-\frac{a\,\varphi}{c}}\,x^{-\frac{2\,c+b}{c}},\quad \sigma=\frac{r}{x}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&c\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_2'+c\,\sigma\,I_5'-c\,I_2^2\,I_6+b\,I_5=0,\\
&c\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_3'-c\,\sigma\,\cos I_4\,I_5'-c\,\sigma\,I_2\,I_3\,I_6+a\,\sin I_4\,I_5=0,\\
&c\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_3\,I_6\,I_4'+c\,\sigma\,\sin I_4\,I_5'-c\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6+a\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&c\,\sigma^2\,I_6\,I_2'-c\,\sigma\,\cos I_4\,I_6\,\,I_3'+c\,\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+c\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_6'-\sigma\,I_6+(b+c)\,\sigma\,I_2\,I_6-\\
&(c\,\cos I_4+a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6=0,\\
&-c\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_5'+c\,\gamma\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_5\,I_6'+\\
&[(2\,c\,\gamma+b\,\gamma-b)\,\sigma\,I_2+(1-\gamma)(\sigma-a\,I_3\,\sin I_4)]\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 168.

Базис подалгебры: $11,13,7+a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (4. 215)=<7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{r}{x},\quad \dfrac{u\,t}{x},\quad \dfrac{R\,t}{x},\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{-a\,\varphi},\quad \rho\,e^{-a\,\varphi}\,\dfrac{x^2}{t^2}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=I_2(\sigma)\,\frac{x}{t},\Phi=I_4(\sigma)+\varphi,R=I_3(\sigma)\,\frac{x}{t},\\
&p=I_5(\sigma)\,e^{a\,\varphi},\rho=I_6(\sigma)\,e^{a\,\varphi}\,\frac{t^2}{x^2},\quad \sigma=\frac{r}{x}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&\sigma\,[\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_2' + \sigma^2\,I_5' + \sigma(1-I_2)\,I_2\,I_6 = 0,\\
&\sigma\,[\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_3' - \sigma\,\cos I_4\,I_5' + \sigma(1-I_2)\,I_3\,I_6 - a\,\sin I_4\,I_5 = 0,\\
&\sigma\,[\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4]\,I_3\,I_6\,I_4' + \sigma\,\sin I_4\,I_5' - I_3^2\,\sin I_4\,I_6 - a\,\cos I_4\,I_5 = 0,\\
&\sigma^2\,I_6\,I_2' - \sigma\,\cos I_4\,I_6\,\,I_3' + \sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4' + \sigma\,[\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4]\,I_6' - 2\,\sigma\,I_6 + \sigma\,I_2\,I_6 -\\
&(\cos I_4 + a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6 = 0,\\
&-\sigma\,[\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_5' + \gamma\,\sigma\,[\sigma\,I_2 - I_3\,\cos I_4]\,I_5\,I_6' +\\
&[2\,\gamma\,\sigma\,I_2 - 2\,\gamma\,\sigma + a\,(1-\gamma)\,I_3\,\sin I_4]\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 170.

Базис подалгебры: $4+10, 7+2\,11-a\,13, 2\,b\,11-b\,13+14, a^2+b^2 \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (4. 220)=<7, 4+10, 2 11-13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{2\,R}{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}, \quad \varphi - \Phi, \quad \dfrac{2\,r}{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}, \quad 2\,\dfrac{u-t}{\sqrt{4\,x-2\,t^2}},$
$p\,e^{\frac{a\,\Phi}{b}}\,\left(x - \dfrac{t^2}{2}\right)^{-\frac{1}{2\,b}}, \quad \rho\,e^{\frac{a\,\Phi}{b}}\,\left(x - \dfrac{t^2}{2}\right)^{1-\frac{1}{2\,b}}.$

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_4(\sigma)\,\frac{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}{2} + t, R = I_1(\sigma)\,\frac{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}{2}, \Phi = \varphi - I_2(\sigma),\\
&p = I_5(\sigma)\,e^{\frac{a\,(I_2(\sigma)-\varphi)}{b}}\,\left(x-\frac{t^2}{2}\right)^{\frac{1}{2\,b}}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{\frac{a\,(I_2(\sigma)-\varphi)}{b}}\,\left(x-\frac{t^2}{2}\right)^{\frac{1}{2\,b}-1}, \quad \sigma = \frac{2\,r}{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&2\,a\,\sigma\,I_5\,I_2' + 2\,b\,[\sigma\,I_4 - I_1\,\cos I_2]\,I_6\,I_4' + 2\,b\,\sigma\,I_5' - I_5 - b\,I_6 = 0,\\
&2\,b\,\sigma\,[\sigma\,I_4 - I_1\,\cos I_2]\,I_6\,I_1' - 2\,a\,\sigma\,\cos I_2\,I_5\,I_2' - 2\,a\,\sin I_2\,I_5 - b\,\sigma\,I_1\,I_4\,I_6 = 0,\\
&\sigma\,[b\,I_1\,(\sigma\,I_4 - I_1\,\cos I_2)\,I_6 + a\,\sin I_2\,I_5]\,I_2' + b\,\sigma\,\sin I_2\,I_5' - a\,\cos I_2\,I_5 - b\,I_1^2\,\sin I_2\,I_6 = 0,\\
&2\,b\,\sigma\,\cos I_2\,I_6\,I_1' + 2\,\sigma\,[I_1\,(a\,\cos I_2 - b\,\sin I_2) - a\,\sigma\,I_4]\,I_6\,I_2' - 2\,b\,\sigma^2\,I_6\,I_4' + 2\,b\,\sigma\,[I_1\,\cos I_2 - \sigma\,I_4]\,I_6' +\\
&2\,(b\,\cos I_2 + a\,\sin I_2)\,I_1\,I_6 + \sigma\,(1-b)\,I_4\,I_6 = 0,\\
&2\,a\,(\gamma-1)\,\sigma\,[I_1\,\cos I_2 - \sigma\,I_4]\,I_5\,I_6\,I_2' + 2\,b\,\sigma\,[I_1\,\cos I_2 - \sigma\,I_4]\,I_6\,I_5' + 2\,b\,\gamma\,\sigma\,[\sigma\,I_4 - I_1\,\cos I_2]\,I_5\,I_6' +\\
&2\,a\,(1-\gamma)\,\sin I_2\,I_1\,I_5\,I_6 + [1+\gamma+2\,b\,\gamma]\,\sigma\,I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 171.

Базис подалгебры: $4+10, 2\,11-13, 7+a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (4. 220)=<7, 4+10, 2 11-13, 14 >

Инварианты: $\dfrac{2\,R}{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}, \quad \varphi{-}\Phi, \quad \dfrac{2\,r}{2\,x-t^2}, \quad 2\,\dfrac{u-t}{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}, \quad p\,e^{-a\,\Phi}, \quad \dfrac{\rho\,e^{-a\,\Phi}}{4\,x-2\,t^2}.$

Представление решения:

$$u=I_4(\sigma)\,\frac{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}{2}+t, R=I_1(\sigma)\,\frac{\sqrt{4\,x-2\,t^2}}{2}, \Phi=\varphi-I_2(\sigma),$$
$$p=I_5(\sigma)\,e^{a\,(\varphi-I_2(\sigma))}, \rho=2\,I_6(\sigma)\,\frac{e^{a\,(\varphi-I_2(\sigma))}}{2\,x-t^2}, \quad \sigma=\frac{2\,r}{2\,x-t^2}.$$

Факторсистема:

$$2\,a\,\sigma\,I_5\,I_2'+2\,[I_1\,\cos I_2-\sigma\,I_4]\,I_6\,I_4'-2\,\sigma\,I_5'+2\,I_6+I_4^2\,I_6=0,$$
$$2\,\sigma\,[\sigma\,I_4-I_1\,\cos I_2]\,I_6\,I_1'+2\,a\,\sigma\,\cos I_2\,I_5\,I_2'-2\,\sigma\,\cos I_2\,I_5'+2\,a\,\sin I_2\,I_5-\sigma\,I_1\,I_4\,I_6=0,$$
$$\sigma\,[I_1\,(\sigma\,I_4-I_1\,\cos I_2)\,I_6-a\,\sin I_2\,I_5]\,I_2'+\sigma\,\sin I_2\,I_5'+a\,\cos I_2\,I_5-I_1^2\,\sin I_2\,I_6=0,$$
$$2\,\sigma\,\cos I_2\,I_6\,I_1'+2\,\sigma\,[I_1\,(\sin I_2-a\,\cos I_2)+a\,\sigma\,I_4]\,I_6\,I_2'-2\,\sigma^2\,I_6\,I_4'+2\,\sigma\,[I_1\,\cos I_2-\sigma\,I_4]\,I_6'+$$
$$2\,(\cos I_2-a\,\sin I_2)\,I_1\,I_6-\sigma\,I_4\,I_6=0,$$
$$a\,(\gamma-1)\,\sigma\,[I_1\,\cos I_2-\sigma\,I_4]\,I_5\,I_6\,I_2'+\sigma\,[I_1\,\cos I_2-\sigma\,I_4]\,I_6\,I_5'+\gamma\,\sigma\,[\sigma\,I_4-I_1\,\cos I_2]\,I_5\,I_6'+$$
$$a\,(\gamma-1)\,\sin I_2\,I_1\,I_5\,I_6+\gamma\,\sigma\,I_4\,I_5\,I_6=0$$

Подалгебра № 173.

Базис подалгебры: $10, 7+a\,11+b\,13, c\,11+d\,13+14, a^2+c^2\neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (5. 164)=$<$7, 10, 11, 13, 14 $>$

Инварианты: $\dfrac{r}{x}, \quad u\,x^{\frac{d}{c}}\,e^{\frac{(b\,c-a\,d)\,\varphi}{c}}, \quad R\,x^{\frac{d}{c}}\,e^{\frac{(b\,c-a\,d)\,\varphi}{c}}, \quad \Phi{-}\varphi, \quad p\,x^{-\frac{1}{c}}\,e^{\frac{a\,\varphi}{c}}, \quad \rho\,x^{-\frac{2\,d+1}{c}}\,e^{\frac{(2\,a\,d-2\,b\,c+a)\,\varphi}{c}}.$

Представление решения:

$$u=I_2(r)\,e^{\frac{(a\,d-b\,c)\,\varphi-d\,x}{c}}, \Phi=I_4(r)+\varphi, R=I_3(r)\,e^{\frac{(a\,d-b\,c)\,\varphi-d\,x}{c}},$$
$$p=I_5(r)\,e^{x-\frac{a\,\varphi}{c}}, \rho=I_6(r)\,e^{\frac{(2\,b\,c-2\,a\,d-a)\,\varphi+(2\,d+1)\,x}{c}}, \sigma=\frac{r}{x}.$$

Факторсистема:

$$c\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_6\,I_2'+c\,\sigma^2\,I_5'-\sigma\,I_5+d\,\sigma\,I_2^2\,I_6+(b\,c-a\,d)\,I_2\,I_3\,\sin I_4\,I_6=0,$$
$$c\,\sigma\,[I_3\,\cos I_4-\sigma\,I_2]\,I_6\,I_3'+c\,\sigma\,\cos I_4\,I_5'-a\,\sin I_4\,I_5+(a\,d-b\,c)\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6-d\,\sigma\,I_2\,I_3\,I_6=0,$$
$$c\,\sigma\,[I_3\,\cos I_4-\sigma\,I_2]\,I_3\,I_6\,I_4'-c\,\sigma\,\sin I_4\,I_5'+c\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6-a\,\cos I_4\,I_5=0,$$
$$c\,\sigma^2\,I_6\,I_2'+c\,\sigma\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-c\,\sigma\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+c\,\sigma\,[I_3\,\cos I_4-\sigma\,I_2]\,I_6'+(1+d)\,\sigma\,I_2\,I_6+$$
$$[c\,\cos I_4+(b\,c-a\,d-a)\,\sin I_4]\,I_3\,I_6=0,$$
$$c\,\sigma\,[I_3\,\cos I_4-\sigma\,I_2]\,I_6\,I_5'+c\,\gamma\,\sigma\,[\sigma\,I_2-I_3\,\cos I_4]\,I_5\,I_6'+\sigma\,[1-(2\,d+1)\,\gamma]\,I_2\,I_5\,I_6+$$
$$[(2\,(a\,d-b\,c)+a)\,\gamma-a]\,I_3\,\sin I_4\,I_5\,I_6=0$$

Подалгебра № 180.

Базис подалгебры: $10, a\,1+7+b\,13, c\,1+d\,13+14, a^2+c^2=1$.
Нормализатор подалгебры: (5. 165)=<1, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: r, $\quad u\,e^{\frac{d\,x+(b\,c-a\,d)\,\varphi}{c}}$, $\quad R\,e^{\frac{d\,x+(b\,c-a\,d)\,\varphi}{c}}$, $\quad \Phi{-}\varphi$, $\quad p\,e^{\frac{a\,\varphi-x}{c}}$, $\quad \rho\,e^{\frac{(2\,a\,d-2\,b\,c+a)\,\varphi-(2\,d+1)\,x}{c}}$.

Представление решения:

$$u=I_2(r)\,e^{\frac{(a\,d-b\,c)\,\varphi-d\,x}{c}}, \Phi=I_4(r)+\varphi, R=I_3(r)\,e^{\frac{(a\,d-b\,c)\,\varphi-d\,x}{c}},$$
$$p=I_5(r)\,e^{x-\frac{a\,\varphi}{c}}, \rho=I_6(r)\,e^{\frac{(2\,b\,c-2\,a\,d-a)\,\varphi+(2\,d+1)\,x}{c}}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&c\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_2'+r\,I_5-d\,r\,I_2^2\,I_6+(a\,d-b\,c)\,I_2\,I_3\,\sin I_4\,I_6=0,\\
&c\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3'+c\,r\,\cos I_4\,I_5'-a\,\sin I_4\,I_5-d\,r\,I_2\,I_3\,I_6+(a\,d-b\,c)\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6=0,\\
&c\,r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4'-c\,r\,\sin I_4\,I_5'+c\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6-a\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&c\,r\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-c\,r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+c\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6'+[c\,\cos I_4+(a\,d-b\,c-a)\,\sin I_4]\,I_3\,I_6+\\
&(1+d)\,r\,I_2\,I_6=0,\\
&c\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5'-c\,\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6'+r\,[1-(2\,d+1)\,\gamma]\,I_2\,I_5\,I_6+\\
&[a\,(\gamma-1+2\,d\,\gamma)-2\,b\,c\,\gamma]\,I_3\,\sin I_4\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 181.

Базис подалгебры: $10, a\,1+13, b\,1+7+c\,14$.
Нормализатор подалгебры: (5. 165)=<1, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: r, $\quad u\,e^{\frac{x-b\,\varphi}{a}}$, $\quad R\,e^{\frac{x-b\,\varphi}{a}}$, $\quad \Phi-\varphi$, $\quad p\,e^{-c\,\varphi}$, $\quad \rho\,e^{\frac{(2\,b-a\,c)\,\varphi-2\,x}{a}}$.

Представление решения:

$$u=I_2(r)\,e^{\frac{b\,\varphi-x}{a}}, \Phi=I_4(r)+\varphi, R=I_3(r)\,e^{\frac{b\,\varphi-x}{a}},$$
$$p=I_5(r)\,e^{-c\,\varphi}, \rho=I_6(r)\,e^{\frac{(a\,c-2\,b)\,\varphi+2\,x}{a}}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&a\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_2'+b\,I_2\,I_3\,\sin I_4-r\,I_2^2=0,\\
&a\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3'+a\,r\,\cos I_4\,I_5'+a\,c\,\sin I_4\,I_5+b\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6-r\,I_2\,I_3\,I_6=0,\\
&r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4'-r\,\sin I_4\,I_5'+I_3^2\,\sin I_4\,I_6+c\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&a\,r\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-a\,r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+a\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6'+[a\,\cos I_4+(a\,c-b)\,\sin I_4]\,I_3\,I_6+r\,I_2\,I_6=0,\\
&a\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5'-a\,\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6'-2\,r\,\gamma\,I_2\,I_5\,I_6+[a\,c\,(1-\gamma)+2\,b\,\gamma]\,I_3\,\sin I_4\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}$$

Подалгебра № 185.

Базис подалгебры: $4, 7 + a\,11 + b\,13, c\,11 + d\,13 + 14, a^2 + c^2 \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (5. 166)=<4, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты:

$$\varphi + \frac{(c+d)\,\ln r - c\,\ln t}{b\,c - a\,d}, \quad \frac{u\,t - x}{r}, \quad \frac{R\,t}{r}, \quad \Phi + \frac{(c+d)\,\ln r - c\,\ln t}{b\,c - a\,d},$$
$$p\,t^{\frac{a}{b\,c-a\,d}}\,r^{-\frac{a+b}{b\,c-a\,d}}, \quad \rho\,t^{\frac{a}{b\,c-a\,d}-2}\,r^{2-\frac{a+b}{b\,c-a\,d}}$$

Представление решения:

$$u = \frac{r\,I_2(\sigma) + x}{t}, \Phi = I_4(\sigma) - \frac{(c+d)\,\ln r - c\,\ln t}{b\,c - a\,d}, R = \frac{r\,I_3(\sigma)}{t},$$
$$p = I_5(\sigma)\,t^{\frac{a}{a\,d-b\,c}}\,r^{\frac{a+b}{b\,c-a\,d}}, \rho = I_6(\sigma)\,t^{2-\frac{a}{b\,c-a\,d}}\,r^{\frac{a+b}{b\,c-a\,d}-2}, \sigma = \varphi + \frac{(c+d)\,\ln r - c\,\ln t}{b\,c - a\,d}$$

Факторсистема:

$$[I_3\,((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)) - c]\,I_2' + (b\,c - a\,d)\,I_2\,I_3\,\cos(\sigma - I_4) = 0,$$
$$[I_3\,((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)) - c]\,I_6\,I_3' +$$
$$[(c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' + (a+b)\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5 + (a\,d - b\,c)\,I_3\,I_6 +$$
$$(b\,c - a\,d)\,I_3^2\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6 = 0,$$
$$[I_3\,((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)) - c]\,I_3\,I_6\,I_4' +$$
$$[(b\,c - a\,d)\,\cos(\sigma - I_4) + (c+d)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' + c\,I_3\,I_6 - (c+d)\,I_3^2\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6 +$$
$$(a+b)\,\sin(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,$$
$$[(c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_3' +$$
$$[(b\,c - a\,d)\,\cos(\sigma - I_4) + (c+d)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4' +$$
$$[I_3\,((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)) - c]\,I_6' +$$
$$[(a\,d - b\,c + a + b)\,\cos(\sigma - I_4) + (c+d)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6 + [3\,(b\,c - a\,d) - a]\,I_6 = 0,$$
$$[I_3\,((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)) - c]\,I_6\,I_5' -$$
$$\gamma\,[I_3\,((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)) - c]\,I_5\,I_6' -$$
$$[(2\,b\,c - 2\,a\,d - a)\,\gamma + a + (b\,(\gamma - 2\,c\,\gamma - 1) + a\,(\gamma + 2\,d\,\gamma - 1))\,I_3\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_5\,I_6 = 0$$

Подалгебра № 186.

Базис подалгебры: $4, 7 + a\,13, b\,13 + 14$.
Нормализатор подалгебры: (6. 113)=<1, 4, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $r, \quad u\,t - x, \quad R\,t, \quad \Phi - \varphi, \quad p\,t^{-\frac{1}{b}}\,e^{\frac{a\,\varphi}{b}}, \quad \rho\,t^{-\frac{2\,b+1}{b}}\,e^{\frac{a\,\varphi}{b}}$.

Представление решения:

$$u=\frac{I_2(r)+x}{t},\Phi=I_4(r)+\varphi,R=\frac{I_3(r)}{t},$$
$$p=I_5(r)\,t^{\frac{1}{b}}\,e^{-\frac{a\,\varphi}{b}},\rho=I_6(r)\;t^{\frac{2\,b+1}{b}}\;e^{-\frac{a\,\varphi}{b}}.$$

Факторсистема:

$$I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_2'=0,$$
$$b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3'+b\,r\,\cos I_4\,I_5'-a\,\sin I_4\,I_5-b\,r\,I_3\,I_6=0,$$
$$b\,r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4'-b\,r\,\sin I_4\,I_5'+b\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6-a\,\cos I_4\,I_5=0,$$
$$b\,r\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-b\,r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6'+(b\,\cos I_4-a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6+(3\,b+1)\,r\,I_6=0,$$
$$b\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5'-b\,\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6'+[a\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4-(2\,b\,\gamma+\gamma-1)\,r]\,I_5\,I_6=0$$

Из первого уравнения интеграл $I_2=C$.

Подалгебра № 187.

Базис подалгебры: $4,a\,1+7+b\,13,c\,1+d\,13+14,a^2+c^2=1.$
Нормализатор подалгебры: (5. 169)=<1, 4, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $r,\quad u\,t-x+\dfrac{(a\,d-b\,c)\,\varphi+c\,\ln t}{d},\quad R\,t,\quad \Phi-\varphi,\quad p\,t^{-\frac{1}{d}}\,e^{\frac{b\,\varphi}{d}},\quad \rho\,t^{-\frac{2\,d+1}{d}}\,e^{\frac{b\,\varphi}{d}}.$

Представление решения:

$$u=\frac{I_2(r)+x}{t}-\frac{(a\,d-b\,c)\,\varphi+c\,\ln t}{d},\Phi=I_4(r)+\varphi,R=\frac{I_3(r)}{t},$$
$$p=I_5(r)\,t^{\frac{1}{d}}\,e^{-\frac{b\,\varphi}{d}},\rho=I_6(r)\;t^{\frac{2\,d+1}{d}}\;e^{-\frac{b\,\varphi}{d}}.$$

Факторсистема:

$$d\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_2'+(b\,c-a\,d)\,I_3\,\sin I_4-c\,r=0,$$
$$d\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3'+d\,r\,\cos I_4\,I_5'-b\,\sin I_4\,I_5-d\,r\,I_3\,I_6=0,$$
$$d\,r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4'-d\,r\,\sin I_4\,I_5'+d\,I_3^2\,\sin I_4\,I_6-b\,\cos I_4\,I_5=0,$$
$$d\,r\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-d\,r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+d\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6'+(d\,\cos I_4-b\,\sin I_4)\,I_3\,I_6+(3\,d+1)\,r\,I_6=0,$$
$$d\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5'-d\,\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6'+[b\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4-(2\,d\,\gamma+\gamma-1)\,r]\,I_5\,I_6=0$$

Подалгебра № 188.

Базис подалгебры: $4,a\,11+13,7+b\,11+c\,14,a^2+b^2\neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (5. 166)=<4, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты:

$$\varphi+\frac{a\,\ln t-(a+1)\,\ln r}{b},\quad \frac{u\,t-x}{r},\quad \frac{R\,t}{r},\quad \Phi+\frac{a\,\ln t-(a+1)\,\ln r}{b},$$
$$p\,t^{\frac{a\,c}{b}}\,r^{-\frac{(a+1)\,c}{b}},\quad \rho\,t^{\frac{a\,c-2\,b}{b}}\,r^{\frac{2\,b-(a+1)\,c}{b}}$$

Представление решения:

$$u=\frac{r\,I_2(\sigma)+x}{t},\Phi=I_4(\sigma)+\frac{(a+1)\,\ln r-a\,\ln t}{b},R=\frac{r\,I_3(\sigma)}{t},$$
$$p=I_5(\sigma)\,t^{-\frac{a\,c}{b}}\,r^{\frac{(a+1)\,c}{b}},\rho=I_6(\sigma)\,t^{\frac{2\,b-a\,c}{b}}\,r^{\frac{(a+1)\,c-2\,b}{b}},\sigma=\varphi+\frac{a\,\ln t-(a+1)\,\ln r}{b}$$

Факторсистема:

$$[a-I_3\,((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))]\,I_2'+b\,I_2\,I_3\,\cos(\sigma-I_4)=0,$$
$$[a-I_3\,((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))]\,I_6\,I_3'-[(a+1)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))]\,I_5'+$$
$$(1+a)\,c\,\cos(\sigma-I_4)\,I_5-b\,I_3\,I_6+b\,I_3^2\,\cos(\sigma-I_4)\,I_6=0,$$
$$[a-I_3\,((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))]\,I_3\,I_6\,I_4'+[b\,\cos(\sigma-I_4)-(1+a)\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_5'-$$
$$a\,I_3\,I_6+(1+a)\,I_3^2\,\cos(\sigma-I_4)\,I_6+(1+a)\,c\,\sin(\sigma-I_4)\,I_5=0,$$
$$-[(1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_6\,I_3'+[b\,\cos(\sigma-I_4)-(1+a)\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4'+$$
$$[a-I_3\,((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))]\,I_6'+$$
$$[(a\,c-b+c)\,\cos(\sigma-I_4)+(1+a)\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_3\,I_6+(3\,b-a\,c)\,I_6=0,$$
$$[a-I_3\,((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))]\,I_6\,I_5'+$$
$$\gamma\,[-a+I_3\,((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))]\,I_5\,I_6'+$$
$$[(a\,c-2\,b)\,\gamma-a\,c+((1+a)\,c\,(1-\gamma)-2\,b\,\gamma)\,I_3\,\cos(\sigma-I_4)]\,I_5\,I_6=0$$

Подалгебра № 190.

Базис подалгебры: $4, 13, 7+a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (6. 113)=$<1,\ 4,\ 7,\ 11,\ 13,\ 14>$

Инварианты: $r,\quad u\,t-x,\quad R\,t,\quad \Phi-\varphi,\quad p\,e^{-a\,\varphi},\quad \dfrac{\rho\,e^{-a\,\varphi}}{t^2}$.

Представление решения:

$$u=\frac{I_2(r)+x}{t},\Phi=I_4(r)+\varphi,R=\frac{I_3(r)}{t},$$
$$p=I_5(r)\,e^{a\,\varphi},\rho=I_6(r)\,t^2\,e^{a\,\varphi}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_2'=0,\\
&r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3'+r\,\cos I_4\,I_5'+a\,\sin I_4\,I_5-r\,I_3\,I_6=0,\\
&r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4'-r\,\sin I_4\,I_5'+I_3^2\,\sin I_4\,I_6+a\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&r\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+r\,I_3\,\cos I_4\,I_6'+(\cos I_4+a\,\sin I_4)\,I_3\,I_6+3\,r\,I_6=0,\\
&r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5'-\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6'-[2\,\gamma\,r+a\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4]\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 193.

Базис подалгебры: $4, a\,1+13, b\,1+7+c\,14, a^2+b^2=1$.
Нормализатор подалгебры: (5. 169)=$<$1, 4, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 $>$

Инварианты: $r, \quad u\,t-x+a\,\ln t+b\,\varphi, \quad R\,t, \quad \Phi-\varphi, \quad p\,e^{-c\,\varphi}, \quad \dfrac{\rho\,e^{-c\,\varphi}}{t^2}$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=\frac{I_2(r)+x-a\,\ln t-b\,\varphi}{t}, \Phi=I_4(r)+\varphi, R=\frac{I_3(r)}{t},\\
&p=I_5(r)\,e^{c\,\varphi}, \rho=I_6(r)\,t^2\,e^{c\,\varphi}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&r\,I_3\,\cos I_4\,I_2'-b\,I_3\,\sin I_4-a\,r=0,\\
&r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_3'+r\,\cos I_4\,I_5'+c\,\sin I_4\,I_5-r\,I_3\,I_6=0,\\
&r\,I_3^2\,\cos I_4\,I_6\,I_4'-r\,\sin I_4\,I_5'+I_3^2\,\sin I_4\,I_6+c\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&r\,\cos I_4\,I_6\,I_3'-r\,I_3\,\sin I_4\,I_6\,I_4'+r\,I_3\,\cos I_4\,I_6'+(\cos I_4+c\,\sin I_4)\,I_3\,I_6+3\,r\,I_6=0,\\
&r\,I_3\,\cos I_4\,I_6\,I_5'-\gamma\,r\,I_3\,\cos I_4\,I_5\,I_6'-[2\,\gamma\,r+c\,(\gamma-1)\,I_3\,\sin I_4]\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 198.

Базис подалгебры: $1, 7+a\,11-a\,13, b\,11-b\,13+14, \quad a^2+b^2\neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 109)=$<$1, 7, 10, 11, 13, 14 $>$

Инварианты: $t, \quad \dfrac{u}{r}, \quad \dfrac{R}{r}, \quad \Phi-\varphi, \quad p\,e^{\frac{a\,\varphi}{b}}\,r^{-\frac{1}{b}}, \quad \rho\,e^{\frac{a\,\varphi}{b}}\,r^{\frac{2\,b-1}{b}}$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=I_2(t)\,r, \Phi=I_4(t)+\varphi, R=I_3(t)\,r,\\
&p=I_5(t)\,e^{-\frac{a\,\varphi}{b}}\,r^{\frac{1}{b}}, \rho=I_6(t)\,e^{-\frac{a\,\varphi}{b}}\,r^{\frac{1-2\,b}{b}}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_2' + I_2\, I_3\, \cos I_4 = 0,\\
&b\, I_6\, I_3' + b\, I_3^2\, \cos I_4\, I_6 + (\cos I_4 - a\, \sin I_4)\, I_5 = 0,\\
&b\, I_3\, I_6\, I_4' + b\, I_3^2\, \sin I_4\, I_6 - (a\, \cos I_4 + \sin I_4)\, I_5 = 0,\\
&b\, I_6' + (\cos I_4 - a\, \sin I_4)\, I_3\, I_6 = 0,\\
&b\, I_6\, I_5' - b\, \gamma\, I_5\, I_6' + [(2\, b\, \gamma - \gamma + 1)\, \cos I_4 + a\, (\gamma - 1)\, \sin I_4]\, I_3\, I_5\, I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 199.

Базис подалгебры: 1, 7+a 10+b 11-b 13, c 10+d 11-d 13+14,
$a^2 + c^2 = 1, b^2 + d^2 \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (5. 165)=<1, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $\varphi + \dfrac{d\, t - c\, \ln r}{b\, c - a\, d}$, $\dfrac{u}{r}$, $\dfrac{R}{r}$, $\Phi + \dfrac{d\, t - c\, \ln r}{b\, c - a\, d}$, $p\, e^{\frac{b\, t}{a\, d - b\, c}}\, r^{\frac{a}{b\, c - a\, d}}$, $\rho\, e^{\frac{b\, t}{a\, d - b\, c}}\, r^{2 + \frac{a}{b\, c - a\, d}}$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_2(\sigma)\, r, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{c\, \ln r - d\, t}{b\, c - a\, d}, R = I_3(\sigma)\, r,\\
&p = I_5(\sigma)\, e^{\frac{b\, t}{b\, c - a\, d}}\, r^{\frac{a}{a\, d - b\, c}}, \rho = I_6(\sigma)\, e^{\frac{b\, t}{b\, c - a\, d}}\, r^{\frac{a}{a\, d - b\, c} - 2}, \sigma = \varphi + \frac{d\, t - c\, \ln r}{b\, c - a\, d}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&[I_3\, (\sin(\sigma - I_4)\, (a\, d - b\, c) - c\, \cos(\sigma - I_4)) + d\,]\; I_2' + (b\, c - a\, d)\, \cos(\sigma - I_4)\; I_2\, I_3 = 0,\\
&[I_3\; (\sin(\sigma - I_4)\, (b\, c - a\, d) + c\, \cos(\sigma - I_4)) - d]\; I_6\, I_3' +\\
&[(b\, c - a\, d)\, \sin(\sigma - I_4) + c\, \cos(\sigma - I_4)]\; I_5' + \cos(\sigma - I_4)\, (a\, d - bc)\, I_3^2\, I_6 + a\, \cos(\sigma - I_4)\; I_5 = 0,\\
&[I_3\; (\sin(\sigma - I_4)\, (b\, c - a\, d) + c\, \cos(\sigma - I_4)) - d]\; I_3\, I_6\, I_4' +\\
&[\cos(\sigma - I_4)\, (a\, d - b\, c) + c\, \sin(\sigma - I_4)]\; I_5' + a\, I_5\, \sin(\sigma - I_4) -\\
&c\, I_6\, I_3^2\, \cos(\sigma - I_4) + d\, I_6\, I_3 = 0,\\
&[\sin(\sigma - I_4)\, (a\, d - b\, c) - c\, \cos(\sigma - I_4)]\, I_6\, I_3' + [(b\, c - a\, d)\, \cos(\sigma - I_4) - c\, \sin(\sigma - I_4)]\, I_3\, I_6\, I_4' +\\
&[I_3\, (\sin(\sigma - I_4)\, (a\, d - b\, c) - c\, \cos(\sigma - I_4)) + d\,]\, I_3\, I_6' + b\, I_6 +\\
&[(b\, c - a\, d + a)\, \cos(\sigma - I_4) + c\, \sin(\sigma - I_4)]\, I_3\, I_6 = 0,\\
&[I_3\, (\sin(\sigma - I_4)\, (a\, d - b\, c) - c\, \cos(\sigma - I_4)) + d\,]\, I_6\, I_5' +\\
&\gamma\, [I_3\, (\sin(\sigma - I_4)\, (b\, c - a\, d) + c\, \cos(\sigma - I_4)) - d\,]\, I_5\, I_6' +\\
&[b\, (1 - \gamma) + (a\, (\gamma - 1) + 2\, (b\, c - a\, d)\, \gamma)\, I_3\, \cos(\sigma - I_4)]\, I_5\, I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 200.

Базис подалгебры: 1, a 10+11-13, 7+b 10+c 14, $a^2 + b^2 = 1$.
Нормализатор подалгебры: (5. 165)=<1, 10, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $\varphi + \dfrac{a\ln r - t}{b}, \quad \dfrac{u}{r}, \quad \dfrac{R}{r}, \quad \Phi + \dfrac{a\ln r - t}{b}, \quad p\,e^{-\frac{c\,t}{b}}\,r^{\frac{a\,c}{b}}, \quad \rho\,e^{-\frac{c\,t}{b}}\,r^{2+\frac{a\,c}{b}}.$

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma)\,r, \Phi = I_4(\sigma) - \frac{a\ln r - t}{b}, R = I_3(\sigma)\,r,$$
$$p = I_5(\sigma)\,e^{\frac{c\,t}{b}}\,r^{-\frac{a\,c}{b}}, \rho = I_6(\sigma)\,e^{\frac{c\,t}{b}}\,r^{-2-\frac{a\,c}{b}}, \sigma = \varphi + \frac{a\ln r - t}{b}.$$

Факторсистема:

$$[(a\,\cos(\sigma - I_4) - b\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3 - 1]\,I_6\,I_2' + b\,I_2\,I_3\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6 = 0,$$
$$[(a\,\cos(\sigma - I_4) - b\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3 - 1]\,I_6\,I_3' + [a\,\cos(\sigma - I_4) - b\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' +$$
$$b\,\cos(\sigma - I_4)\,I_3^2\,I_6 - a\,c\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,$$
$$[(a\,\cos(\sigma - I_4) - b\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3 - 1]\,I_3\,I_6\,I_4' + [b\,\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' + I_3\,I_6 -$$
$$a\,\cos(\sigma - I_4)\,I_3^2\,I_6 - a\,c\,\sin(\sigma - I_4)\,I_5 = 0,$$
$$[b\,\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_3' - [b\,\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4' +$$
$$[b\,\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4))\,I_3 + 1]\,I_6' - c\,I_6 + [(b + a\,c)\,\cos(\sigma - I_4) + a\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6 = 0,$$
$$[(a\,\cos(\sigma - I_4) - b\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3 - 1]\,I_6\,I_5' + \gamma\,[b\,\sin(\sigma - I_4) - a\,\cos(\sigma - I_4))\,I_3 + 1]\,I_5\,I_6' +$$
$$[c(1-\gamma) + (a\,c\,(\gamma - 1) + 2\,b\,\gamma)\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_5\,I_6 = 0$$

Подалгебра № 202.

Базис подалгебры: $1, a\,11 + 13, 7 + b\,11 + c\,14, \quad (a+1)^2 + b^2 \neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (5. 167)=<1, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты:

$$\frac{b\,\varphi + a\,\ln t - \ln r - a\,\ln r}{b}, \quad \frac{u\,t}{r}, \quad \frac{R\,t}{r}, \quad \frac{b\,\Phi + a\,\ln t - \ln r - a\,\ln r}{b},$$
$$p\,t^{\frac{a\,c}{b}}\,r^{-\frac{(a+1)\,c}{b}}, \quad \rho\,t^{\frac{a\,c-2\,b}{b}}\,r^{\frac{2\,b-a\,c-c}{b}}$$

Представление решения:

$$u = \frac{r\,I_2(\sigma)}{t}, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{(a+1)\,\ln r - a\,\ln t}{b}, R = \frac{r\,I_3(\sigma)}{t},$$
$$p = I_5(\sigma)\,t^{-\frac{a\,c}{b}}\,r^{\frac{(a+1)\,c}{b}}, \rho = I_6(\sigma)\,t^{\frac{2\,b-a\,c}{b}}\,r^{\frac{(a+1)\,c-2\,b}{b}}, \quad \sigma = \frac{b\,\varphi + a\,\ln t - \ln r - a\,\ln r}{b}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&[a-((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3]\,I_6\,I_2'+b\,[(\cos(\sigma-I_4)\,I_3-1]\,I_2\,I_6=0,\\
&[a\,I_6-((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3\,I_6]\,I_3'-[(1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_5'+\\
&(1+a)\,c\,\cos(\sigma-I_4)\,I_5-b\,I_3\,I_6+b\,I_3^2\,\cos(\sigma-I_4)\,I_6=0,\\
&[a-((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3]\,I_3\,I_6\,I_4'+[b\,\cos(\sigma-I_4))-(1+a)\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_5'-\\
&a\,I_3\,I_6+(1+a)\,\cos(\sigma-I_4)\,I_3^2\,I_6+(1+a)\,c\,\sin(\sigma-I_4)\,I_5=0,\\
&[(1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_6\,I_3'+[((1+a)\,\sin(\sigma-I_4)-b\,\cos(\sigma-I_4))\,I_3]\,I_3\,I_6\,I_4'-\\
&[a-((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3]\,I_3\,I_6'+(a\,c-2\,b)\,I_6-\\
&[(a\,c-b+c)\,\cos(\sigma-I_4)+1+a)\,\sin(\sigma-I_4)]\,I_3\,I_6=0,\\
&[a-((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3]\,I_6\,I_5'+\\
&\gamma\,[((1+a)\,\cos(\sigma-I_4)+b\,\sin(\sigma-I_4))\,I_3-a]\,I_5\,I_6'+\\
&[(a\,c-2\,b\,\gamma)-a\,c+((1+a)\,c\,(1-\gamma)+2\,b\,\gamma)\,\cos(\sigma-I_4)\,I_3]\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 203.

Базис подалгебры: 1, 11-13, 7+a 14.
Нормализатор подалгебры: (6. 109)=<1, 7, 10, 11, 13, 14 >

Инварианты: t, $\dfrac{u}{r}$, $\dfrac{R}{r}$, $\Phi-\varphi$, $p\,e^{-a\,\varphi}$, $\rho\,e^{-a\,\varphi}\,r^2$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u=I_2(t)\,r,\Phi=I_4(t)+\varphi,R=I_3(t)\,r,\\
&p=I_5(t)\,e^{a\,\varphi},\rho=\frac{I_6(t)\,e^{a\,\varphi}}{r^2}.
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_2'+I_2\,I_3\,\cos I_4=0,\\
&I_6\,I_3'+I_3^2\,\cos I_4\,I_6+a\,\sin I_4\,I_5=0,\\
&I_3\,I_6\,I_4'+I_3^2\,\sin I_4\,I_6+a\,\cos I_4\,I_5=0,\\
&I_6'+a\,I_3\,\sin I_4\,I_6=0,\\
&I_6\,I_5'-\gamma\,I_5\,I_6'+[2\,\gamma\,\cos I_4+a\,(1-\gamma)\,\sin I_4]\,I_3\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

4. Специальная система координат C_{56}

Подалгебра № 83.

Базис подалгебры: $5, 6, 7+a\,11+b\,13+c\,14,\quad a\,b\neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 112)=<5, 6, 7, 11, 13, 14 >

Инварианты: $Q\,e^{b\,\Phi}$, $t\,e^{-(a+b)\,\Phi}$, $x^{\frac{1}{a}}\,t^{-\frac{1}{a+b}}$, $u\,e^{b\,\Phi}$, $p\,e^{-c\,\Phi}$, $\rho\,e^{-(2\,b+c)\,\Phi}$.

Представление решения:

$$u = I_4(\sigma)\, t^{-\frac{b}{a+b}}\, I_2(\sigma)^{\frac{b}{a+b}}, \Phi = \frac{\ln t - \ln I_2(\sigma)}{a+b}, Q = I_1(\sigma)\, t^{-\frac{b}{a+b}}\, I_2(\sigma)^{\frac{b}{a+b}},$$
$$p = I_5(\sigma)\, t^{\frac{c}{a+b}}\, I_2(\sigma)^{-\frac{c}{a+b}}, \rho = I_6(\sigma)\, t^{\frac{2\,b+c}{a+b}}\, I_2(\sigma)^{-\frac{2\,b+c}{a+b}}, \quad \sigma = x^{\frac{1}{a}}\, t^{-\frac{1}{a+b}}$$

Факторсистема:

$$\sigma\,[(a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\,(b\, I_4^2\, I_6 - c\, I_5) - a\, b\, \sigma^a\, I_4\, I_6]\, I_2' +$$
$$(a+b)\,\sigma\, I_2\,[(a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4 - a\,\sigma^a]\, I_6\, I_4' + (a+b)^2\,\sigma\, I_2^{1+\frac{b}{a+b}}\, I_5' -$$
$$a\, b\,(a+b)\,\sigma^a\, I_2\, I_4\, I_6 = 0,$$
$$(a+b)\,\sigma\, I_2\,[(a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4 - a\,\sigma^a]\, I_1' + b\,\sigma\, I_1\,[(a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4 - a\,\sigma^a]\, I_2' +$$
$$a^2\,(a+b)\,\sigma^a\, I_1\, I_2 = 0,$$
$$\sigma\,[a\,\sigma^a - (a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4]\, I_2' + a\,(a+b)\,\sigma^a\, I_2 = 0,$$
$$\sigma\,[a\,(2\,b+c)\sigma^a - (a+b)(b+c)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4]\, I_6\, I_2' + (a+b)^2\,\sigma\, I_2^{1+\frac{b}{a+b}}\, I_6\, I_4' +$$
$$(a+b)\,\sigma\, I_2\,[(a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4 - a\,\sigma^a]\, I_6' + a\,(a+b)\,(2\,a+4\,b+c)\,\sigma^a\, I_2\, I_6 = 0,$$
$$(c\,(\gamma-1) + 2\,b\,\gamma)\,\sigma^{1-a}\, I_2^{-1}\,[a\,\sigma^a - (a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4]\, I_5\, I_6\, I_2' +$$
$$(a+b)\,\sigma^{1-a}\,[a\,\sigma^a - (a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4]\, I_6\, I_5' -$$
$$(a+b)\,\gamma\,\sigma^{1-a}\,[a\,\sigma^a - (a+b)\, I_2^{\frac{b}{a+b}}\, I_4]\, I_5\, I_6' - a\,(a+b)(c - 2\,b\,\gamma - c\,\gamma)\, I_5\, I_6 = 0$$

Подалгебра № 90.

Базис подалгебры: $5, 6, 1+7+a\,13+b\,14, \quad a \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (6. 116)=<1, 5, 6, 7+a b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: $Q\, e^{a\,\Phi}, \quad \ln t - a\, x, \quad x - \Phi, \quad u\, e^{a\,\Phi}, \quad p\, e^{-b\,\Phi}, \quad \rho\, e^{-(2\,a+b)\,\Phi}$.

Представление решения:

$$u = I_4(\sigma)\, e^{a\,(I_3(\sigma)-x)}, \Phi = x - I_3(\sigma), Q = I_1(\sigma)\, e^{a\,(I_3(\sigma)-x)},$$
$$p = I_5(\sigma)\, e^{b\,(x-I_3(\sigma))}, \rho = I_6(\sigma)\, e^{(2\,a+b)\,(x-I_3(\sigma))}, \quad \sigma = \ln t - a\, x$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&a\,[\,b\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_5-(a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1)\,I_4\,I_6]\,I_3'-(a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1)\,I_6\,I_4'-a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_5'-\\
&a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4^2\,I_6+b\,a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_5=0,\\
&(a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1)\,I_6\,I_1'+(a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1)\,I_1\,I_6\,I_3'+(a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1)\,I_1\,I_6=0,\\
&(a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1)\,I_3'+e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4=0,\\
&[\,a\,(a+b)\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-2\,a-b\,]\,I_6\,I_3'-a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_6\,I_4'+(1-a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4)\,I_6'+\\
&(a+b)\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4\,I_6+2\,I_6=0,\\
&[\,b\,(\gamma-1)+2\,a\,\gamma\,][\,a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1\,]\,I_5\,I_6\,I_3'+(a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1)\,I_6\,I_5'-\gamma\,(a\,e^{\sigma+a\,I_3}\,I_4-1)\,I_5\,I_6'+\\
&e^{\sigma+a\,I_3}\,[\,b\,(\gamma-1)+2\,a\,\gamma]\,I_4\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Подалгебра № 91.

Базис подалгебры: $5, 6, 1+7+a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (7. 64)=<1, 4, 5, 6, 7+a 11, b 11+13, c 11+14 >

Инварианты: Q, t, $x-\Phi$, u, $p\,e^{-a\,\Phi}$, $\rho\,e^{-a\,\Phi}$.

Представление решения:

$$u=I_4(t),\Phi=x-I_3(t),Q=I_1(t),p=I_5(t)\,e^{a\,(x-I_3(t))},\rho=I_6(t)\,e^{a\,(x-I_3(t))}.$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&I_6\,I_4'+a\,I_5=0,\\
&t\,I_1'+I_1=0,\\
&I_3'-I_4=0,\\
&a\,t\,I_6\,I_3'-t\,I_6'-a\,t\,I_4\,I_6-2\,I_6=0,\\
&a\,(1-\gamma)\,I_5\,I_6\,I_3'-I_6\,I_5'+\gamma\,I_5\,I_6'-a\,(\gamma-1)\,I_4\,I_5\,I_6=0
\end{aligned}
$$

Факторсистема интегрируется:

если $\gamma\neq 2,\dfrac{3}{2}$

$$
\begin{aligned}
&I_1=\frac{C_1}{t},\quad I_3=C_3\,t+C_4-\frac{a\,C_5\,t^{4-2\,\gamma}}{2\,(\gamma-2)(2\,\gamma-3)\,C_2},\\
&I_4=C_3+\frac{a\,C_5\,t^{3-2\,\gamma}}{(2\,\gamma-3)\,C_2},\quad I_5=\frac{C_5}{t^{2\,\gamma}},\quad I_6=\frac{C_2}{t^2}
\end{aligned}
$$

если $\gamma=2$

$$
\begin{aligned}
&I_1=\frac{C_1}{t},\quad I_3=C_3\,t+C_4-\frac{a\,C_5\,\ln|t|}{C_2},\\
&I_4=C_3+\frac{a\,C_5}{C_2\,t},\quad I_5=\frac{C_5}{t^4},\quad I_6=\frac{C_2}{t^2}
\end{aligned}
$$

если $\gamma = \dfrac{3}{2}$

$$I_1 = \frac{C_1}{t}, \quad I_3 = C_3\,t + C_4 + \frac{a\,C_5\,t}{C_2}\,(1 - \ln|t|),$$
$$I_4 = C_3 - \frac{a\,C_5\,\ln|t|}{C_2}, \quad I_5 = \frac{C_5}{t^3}, \quad I_6 = \frac{C_2}{t^2}$$

Выражения для скоростей:

$$u = I_4, \quad v = \frac{y}{t} + I_1\,\cos(x - I_3), \quad w = \frac{z}{t} + I_1\,\sin(x - I_3)$$

Вихрь $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$:

$$\omega_x = 0, \quad \omega_y = -I_1\,\cos(x - I_3), \quad \omega_z = -I_1\,\sin(x - I_3)$$

Траектории, проходящие при $t = t_0$ через точку (x_0, y_0, z_0):
если $\gamma \neq 2, \dfrac{3}{2}$

$$x = x_0 + C_3\,(t - t_0) + \frac{a\,C_5\,(t - t_0)^{4-2\,\gamma}}{2\,(2-\gamma)(2\,\gamma - 3)\,C_2}$$

если $\gamma = 2$

$$x = x_0 + C_3\,(t - t_0) + \frac{a\,C_5}{C_2}\,\ln\left|\frac{t}{t_0}\right|$$

если $\gamma = \dfrac{3}{2}$

$$x =$$

Подалгебра № 96.

Базис подалгебры: $5, 6, 4 + 7 + a\,11 + b\,14, \quad a \neq 0.$
Нормализатор подалгебры: (6. 137)=<4, 5, 6, 11, 7+a 13, b 13+14 >

Инварианты: $Q, \quad t\,e^{-a\,\Phi}, \quad \dfrac{a\,x}{t} - \ln t, \quad u - \Phi, \quad p\,e^{-b\,\Phi}, \quad \rho\,e^{-b\,\Phi}.$

Представление решения:

$$u = I_4(\sigma) + \frac{\ln t - \ln I_2(\sigma)}{a}, \Phi = \frac{\ln t - \ln I_2(\sigma)}{a}, Q = I_1(t),$$
$$p = I_2(\sigma)^{-\frac{b}{a}}\,I_5(\sigma)\,t^{\frac{b}{a}}, \rho = I_2(\sigma)^{-\frac{b}{a}}\,I_6(\sigma)\,t^{\frac{b}{a}}, \sigma = \frac{a\,x}{t} - \ln t.$$

Факторсистема:

$$[(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1)\,I_6 - a\,b\,I_5]\,I_2' - a\,(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1)\,I_2\,I_4' +$$
$$a^2\,I_2\,I_5' + I_2\,I_6 = 0,$$
$$(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1)\,I_1' - I_1 = 0,$$
$$(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1)\,I_2' + I_2 = 0,$$
$$[b\,(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1) - a]\,I_6\,I_2' + a^2\,I_2\,I_6\,I_4' - a\,(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1)\,I_2\,I_6' + (2\,a + b)\,I_2\,I_6 = 0,$$
$$b\,(1-\gamma)\,(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1)\,I_5\,I_6\,I_2' - a\,(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1)\,I_2\,I_6\,I_5' +$$
$$a\,\gamma\,(\sigma + \ln I_2 - a\,I_4 + 1)\,I_2\,I_5\,I_6' + b\,(1-\gamma)\,I_2\,I_5\,I_6 = 0$$

Из второго и третьего уравнений интеграл $I_1\, I_2 = C$.

Подалгебра № 100.

Базис подалгебры: $5, 6, 1 + 4 + 7 + a\,14$.
Нормализатор подалгебры: (6. 171)=$<$1, 4, 5, 6, 7+a 11+b 13, c 11+d 13+14 $>$

Инварианты: $Q, \quad t, \quad x - \Phi - t\,\Phi, \quad u - \Phi, \quad p\,e^{-a\,\Phi}, \quad \rho\,e^{-a\,\Phi}$.

Представление решения:

$$u = I_4(t) + \frac{x - I_3(t)}{t+1}, \Phi = \frac{x - I_3(t)}{t+1}, Q = I_1(t), p = I_5(t)\,e^{a\,\frac{x - I_3(t)}{t+1}}, \rho = I_6(t)\,e^{a\,\frac{x - I_3(t)}{t+1}}.$$

Факторсистема:

$$\begin{aligned}
&I_6\,I_3' - (t+1)\,I_6\,I_4' - I_4\,I_6 - a\,I_5 = 0,\\
&t\,I_1' + I_1 = 0,\\
&I_1\,(I_3' - I_4) = 0,\\
&a\,t\,I_6\,I_3' - t\,(t+1)\,I_6' - a\,t\,I_4\,I_6 - (3\,t+2)\,I_6 = 0,\\
&a\,(\gamma - 1)\,I_5\,I_6\,I_3' + (t+1)\,I_6\,I_5' - \gamma\,(t+1)\,I_5\,I_6' - a\,(\gamma-1)\,I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}$$

В нормальной форме

$$I_1' = -\frac{I_1}{t}, \quad I_3' = I_4, \quad I_4' = -\frac{a\,I_5}{(t+1)\,I_6}, \quad I_5' = -\frac{(3\,t+2)\,\gamma\,I_5}{t\,(t+1)},$$
$$I_6' = -\frac{(3\,t+2)\,I_6}{t\,(t+1)}$$

Факторсистема интегрируется:

$$I_1(t) = \frac{C_1}{t}, \quad I_3(t) = -\frac{a\,C_5}{C_6}\int\limits_{t_0}^{t}(t-\tau)\,\tau^{2-2\,\gamma}\,(\tau+1)^{-\gamma}\,d\tau + C_4\,t + C_3,$$

$$I_4(t) = -\frac{a\,C_5}{C_6}\int\limits_{t_0}^{t}\tau^{2-2\,\gamma}\,(\tau+1)^{-\gamma}\,d\tau + C_4, \quad I_5(t) = \frac{C_5}{t^{2\gamma}\,(t+1)^{\gamma}}, \quad I_6(t) = \frac{C_6}{t^2\,(t+1)}$$

Интегралы выражаются через элементарные функции, если и только если

$$\gamma = n, \quad n + \frac{1}{3}, \quad n + \frac{1}{2}, \quad n + \frac{2}{3}, \quad n - \text{целое}$$

Подалгебра № 197.

Базис подалгебры: $1, 7 + a\,11 + b\,13, c\,11 + d\,13 + 14, b^2 + d^2 \neq 0,$
$(a+b)^2 + (d+c)^2 \neq 0$.
Нормализатор подалгебры: (5. 167)=$<$1, 7, 11, 13, 14 $>$
Инварианты:

$$\varphi + \frac{c\,\ln t - (c+d)\,\ln q}{a\,d - b\,c}, \quad \frac{u\,t}{q}, \quad \frac{Q\,t}{q}, \quad \Phi - \frac{c\,\ln t - (c+d)\,\ln q}{b\,c - a\,d}, \quad p\,t^{\frac{a}{b\,c - a\,d}}\,q^{\frac{a+b}{a\,d - b\,c}},$$
$$\rho\,t^{\frac{a}{b\,c-a\,d}-2}\,q^{\frac{a+b}{a\,d-b\,c}+2}$$

Представление решения:

$$u = I_2(\sigma)\,\frac{q}{t}, \Phi = I_4(\sigma) + \frac{c\,\ln t - (c+d)\,\ln q}{b\,c - a\,d}, Q = I_3(\sigma)\,\frac{q}{t}, p = I_5(\sigma)\,t^{\frac{a}{a\,d-b\,c}}\,q^{\frac{a+b}{b\,c-a\,d}},$$
$$\rho = I_6(\sigma)\,t^{2+\frac{a}{a\,d-b\,c}}\,q^{\frac{a+b}{b\,c-a\,d}-2}, \quad \sigma = \varphi + \frac{c\,\ln t - (c+d)\,\ln q}{a\,d - b\,c}.$$

Факторсистема:

$$[d + ((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3]\,I_2' + (b\,c - a\,d)\,\cos(\sigma - I_4)\,I_2\,I_3 = 0,$$
$$[d + ((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3]\,I_6\,I_3' +$$
$$[(c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' +$$
$$(a+b)\,\cos(\sigma - I_4)\,I_5 + (b\,c - a\,d)\,[I_3\,I_6 + I_3^2\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6] + d\,I_6 + (c+d)\,\cos(\sigma - I_4) = 0,$$
$$[d + ((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3]\,I_3\,I_6\,I_4' +$$
$$[(b\,c - a\,d)\,\cos(\sigma - I_4) + (c+d)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_5' + (a+b)\,\sin(\sigma - I_4)\,I_5 - d\,I_3\,I_6 -$$
$$(c+d)\,I_3^2\,\cos(\sigma - I_4)\,I_6 = 0,$$
$$[(c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_6\,I_3' +$$
$$[(b\,c - a\,d)\,\cos(\sigma - I_4) + (c+d)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6\,I_4' +$$
$$[d + ((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3]\,I_6' + [b + 2\,(b\,c - a\,d)]\,I_6 +$$
$$[(a + b + a\,d - b\,c)\,\cos(\sigma - I_4) - (c+d)\,\sin(\sigma - I_4)]\,I_3\,I_6 = 0,$$
$$[d + ((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3]\,I_6\,I_5' -$$
$$\gamma\,[d + ((c+d)\,\cos(\sigma - I_4) + (a\,d - b\,c)\,\sin(\sigma - I_4))\,I_3]\,I_5\,I_6' +$$
$$[b\,(1-\gamma) + ((a+b) - \gamma\,(a + b + 2\,a\,d - 2\,b\,c))\,I_3\,\cos(\sigma - I_4)]\,I_5\,I_6 = 0$$

5. Специальная система координат E

Подалгебра № 76.

Базис подалгебры: $3+5, 2-6, 7+a\,11 - a\,13 + b\,14$.
Нормализатор подалгебры: (5. 180)=<3+5, 2-6, 7, 11-13, 14 >

Инварианты: $\theta - \dfrac{\ln V}{a}, \quad t, \quad \dfrac{x}{V}, \quad \dfrac{u}{V}, \quad p\,V^{-\frac{b}{a}}, \quad \rho\,V^{\frac{2\,a-b}{a}}$.

Представление решения:

$$u = \frac{x\,I_4(t)}{I_3(t)}, \quad V = \frac{x}{I_3(t)}, \quad \theta = I_1(t) + \frac{\ln x - \ln I_3(t)}{a},$$
$$p = I_5(t)\,x^{\frac{b}{a}}\,I_3(t)^{-\frac{b}{a}}, \quad \rho = I_6(t)\,x^{\frac{b-2\,a}{a}}\,I_3(t)^{\frac{2\,a-b}{a}}$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&a\,I_4\,I_6\,I_3' - a\,I_3\,I_6\,I_4' - a\,I_4^2\,I_6 - b\,I_5 = 0,\\
&(t^2+1)\,I_3' - t\,I_3 - (t^2+1)\,I_4 = 0,\\
&a\,(t^2+1)\,I_3\,I_1' - (t^2+1)\,I_3' - a\,I_3 + (t^2+1)\,I_4 = 0,\\
&(2\,a-b)\,(t^2+1)\,I_6\,I_3' + a\,(t^2+1)\,I_3\,I_6' + 2\,a\,t\,I_3\,I_6 + (b-a)\,(t^2+1)\,I_4\,I_6 = 0,\\
&[(b-2\,a)\,\gamma - b]\,I_5\,I_6\,I_3' + a\,I_3\,I_6\,I_5' - a\,\gamma\,I_3\,I_5\,I_6' + [(2\,a-b)\,\gamma + b]\,I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Из второго и третьего уравнений получаем $I_1' = \dfrac{a+t}{a\,(t^2+1)}$, что дает интеграл $I_1 - \operatorname{arctg} t - \dfrac{\ln(t^2+1)}{2\,a} = C$.

Подалгебра № 80.

Базис подалгебры: $3+5, 2-6, a\,1 + b\,4 + 7 + c\,14$.
Нормализатор подалгебры:
(6. 166)=<1, 4, 3+5, 2-6, 7-a 11+a 13, -b 11+b 13+14 >

Инварианты: $V, \quad t, \quad x - (a+b\,t)\,\theta, \quad u - b\,\theta, \quad p\,e^{-c\,\theta}, \quad \rho\,e^{-c\,\theta}$.

Представление решения:

$$
\begin{aligned}
&u = I_4(t) + b\,\frac{x - I_3(t)}{a+b\,t}, \quad V = I_1(t), \quad \theta = \frac{x - I_3(t}{a+b\,t},\\
&p = I_5(t)\,e^{c\,\frac{x-I_3(t)}{a+b\,t}}, \quad \rho = I_6(t)\,e^{c\,\frac{x-I_3(t)}{a+b\,t}}
\end{aligned}
$$

Факторсистема:

$$
\begin{aligned}
&b\,I_6\,I_3' - (a+b\,t)\,I_6\,I_4' - b\,I_4\,I_6 - c\,I_5 = 0,\\
&(t^2+1)\,I_1' + t\,I_1 = 0,\\
&(t^2+1)\,I_3' - (t^2+1)\,I_4 + a + b\,t = 0,\\
&c\,(t^2+1)\,I_6\,I_3' - (a+b\,t)\,(t^2+1)\,I_6' - c\,(t^2+1)\,I_4\,I_6 - (3\,b\,t^2 + 2\,a\,t + b)\,I_6 = 0,\\
&c\,(\gamma-1)\,I_5\,I_6\,I_3' + (a+b\,t)\,I_6\,I_5' - \gamma\,(a+b\,t)\,I_5\,I_6' + c\,(1-\gamma)\,I_4\,I_5\,I_6 = 0
\end{aligned}
$$

Из второго уравнения находим интеграл $\sqrt{t^2+1}\,I_1 = C$.

Автор выражает благодарность А.П.Чупахину за полезные замечания.

Список литературы

[1] Овсянников Л.В., *Лекции по основам газовой динамики*, Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

[2] Овсянников Л.В., *Групповой анализ дифференциальных уравнений*, М.: Наука, 1978.

[3] Черевко А.А., *Теоретико-групповые решения уравнений газовой динамики, порожденные трехмерными подалгебрами*, Сибирские электронные математические известия, **4** (2007), 553–595.

[4] Чупахин А.П., *Барохронные движения газа: общие свойства и подмодели типов (1, 2) и (1, 1)*, Препринт РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики, № 4-98.

[5] Голод А.А., Чупахин А.П., *Инвариантные решения динамики политропного газа, построенные по трехмерным алгебрам симметрии*, Сибирские элнектронные математические известия, **5** (2008), 229–250.

[6] Головин С.В., *Оптимальная система подалгебр для алгебры Ли операторов, допускаемых уравнениями газовой динамики в случае политропного газа*, Препринт РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики, № 5-96.

Евгений Владимирович Мамонтов
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
пр. академика Лаврентьева 15,
630090, Новосибирск, Россия
E-mail address: mamontov@hydro.nsc.ru