

MATEMATIKATANULÁSI NEHÉZSÉGEK, DISZKALKULIA

Szilák Aladárné (Eger, Hungary)

Abstract. The essay deals with a short description of discalculation, demonstrates and analyses a pedagogical test and emphasizes the typical mistakes of 10–16 years old students.

1. A téma választásáról

Korunk fejlődése olyan iskola létrehozását teszi szükségessé, amely a sikeresen elvégzőknél alapvető készségeket, képességeket, jártasságokat alakít ki, melyek az ismeretszerzés eszközeként szerepelnek a további tanulás során, továbbá azt az ismeretanyagot nyújtja, amely alkalmassá teszi birtokosát a különböző szakmák elsajátítására, magasabb szintű továbbtanulásra, önképzésre, a társadalmi életben való eligazodásra. Számos esetben tapasztaltuk azonban hospitálások alkalmával, hallottuk gyakorló tanárokkal, hallgatókkal történő konzultáción, hogy az iskoláskorú (10–16 éves) tanulók egy része különböző okok miatt nem képes a tantervi anyag minimumát sem elsajátítani matematikából. Ezek a gyerekek valószínűleg matematikatanulási nehézségekkel küzdenek, és hogy ezeket a problémákat le tudják küzdeni, feltétlenül tartós segítségre szorulnak. A matematikatanár az, aki a nehézségeket elsőként diagnosztizálni tudja és amennyiben lehetősége van rá, ő az, aki elsőként segítséget nyújthat.

Az utóbbi években a matematika szakos hallgatók matematika didaktika (matematika tantárgypedagógia) keretein belül jutottak olyan ismeretekhez, amelyek a fenti problémák felismerését, terápiáját segítik. Irányításunkkal több szakdolgozónk részletesebben foglalkozott a diszkalkuliás tanulók pedagógiai vizsgálatával, fejlesztő foglalkozások tervezésével, kipróbálásával.

A tanárjelöltek felkészítése és a gyakorló matematikatanárok továbbképzése ezen a területen egyre több olyan feladat elé állítja a matematika tantárgypedagógiát, amelyeket meg kell oldani.

E tanulmányban a diszkalkulia lényegének rövid leírásával, matematika szakos főiskolai hallgatóink által elkészített pedagógiai vizsgálati tesztrészlet bemutatásával, elemzésével, a felső tagozatos (köztük a diszkalkuliás) tanulók jellegzetes hibáival foglalkozunk.

2. A diszkalkuliáról

(a) A diszkalkulia értelmezése:

A diszkalkulia olyan tanulási zavar, amely a matematikai fogalmak, műveletek, eljárások elsajátítása és alkalmazása során jelentkezik.

A szakirodalomban többféle értelmezésével találkozhatunk. Mesterházi Zsuzsa a „Diszkalkuliáról pedagógusoknak” (Szerkesztette: Mesterházi Zsuzsa) című kiadványban így fogalmaz:

„Diszkalkuliának tekintjük azokat a matematikatanulási nehézségeket, amelyek különböző intelligenciaszint mellett a matematika bármely témakörének tanulásakor rendszeresen ismétlődő eredménytelenségekben, vagy tartósan nagyon alacsony szintű teljesítményekben mutatkoznak meg.” [5]

Bódör Jenő A diszkalkulia pszichológiája című tanulmányában neuropszichológiai oldalról is megközelíti a diszkalkulia fogalmát:

„Azokat a tanulókat tekintjük diszkalkuliásoknak, akiknél olyan matematikatanulási nehézségek mutatkoznak, amelyek leküzdése tartós segítséget, egyéni bánásmódot, differenciált oktatásszervezést és korrekciós fejlesztő eljárásokat igényel. Jellemzőjük a matematikai fogalmak, műveletek, technikák elsajátításában és alkalmazásában kifejezésre jutó tanulási gátoltság (akadályozottság). Ennek lehet biológiai, pszichológiai és szociális oka. A diszkalkulia prognosztizálható, diagnosztizálható és adekvát nevelési környezetben megelőzhető, leküzdhető. A diszkalkulia nem egy részfunkciózavar, nem egy részképességzavar, hanem a funkcionális agyi rendszerek kölcsönhatásának, integrációjának zavara. A szenzoros és motoros integrációzavarok mellett gondolkodási és nyelvi integrációs zavarokról is lehet beszélni.” [5]

(b) A diszkalkulia okai:

- Részképességzavar: háttérben semmilyen agyi elváltozás, működészavar nem mutatható ki.
- Agyi károsodás: fejlődési rendellenesség, sérülés stb.
- Betegség: idegrendszeri, általános szervezeti megbetegedés.
- Öröklött állapotok: speciális számolási képesség diszfunkció, kromoszóma-rendellenességhez társuló diszkalkulia.
- Kedvezőtlen pszichológiai tényezők: érzelmi elhanyagoltság, értelmi elmaradás (mentális retardáció), személyiségbeli és viselkedési problémák.
- Rossz szociális, műveltségi, gazdasági háttér.
- Gyermekkori fejlődési zavarok, melyekhez diszkalkulia társulhat: más tanulási zavarok (diszlexia, diszgráfia, diszortográfia), magatartászavarok, hiperaktivitás stb.

(c) A diszkalkulia típusai:

- Grafikus diszkalkulia: a tanuló nem képes a matematikai szimbólumok elsajátítására, alkalmazására.
- Olvasási diszkalkulia: a tanuló nem tudja a matematikai szimbólumokat megfelelően értelmezni. E típusok együtt járhatnak diszlexiával, diszgráfiával.
- Emlékezeti diszkalkulia: az emlékezeti hibák a felületes szövegészlelésből, a gondolkodási műveletek elégtelenségéből adódnak.
- Gondolkodási diszkalkulia: a tanuló analizáló, szintetizáló, összehasonlító képessége gyenge, hibásan analógizál. Elmaradott az ítéletalkotás, a következtetés, az indokolni tudás.

(d) A diszkalkulia tünetei:

A diszkalkuliás tanuló

- számfogalma kialakulatlan (számlálás közben számokat kihagy, felcserél; nem tudja növekvő vagy csökkenő sorrendbe rendezni a számokat; helyiértékfogalma bizonytalan).
- műveletvégzése lassú, eszközigényes (ujjszámolás, szorobán, rajzos modell); gyakran hibázik; az inverz műveleteket nehezen végzi.
- térben, síkban nehezen tájékozódik.
- gondolkodásának hibái: nem tud analizálni, szintetizálni, absztrahálni, helyesen analógizálni; nehezen értelmezi a szöveges feladatokat; nem tudja felfogni a matematikai összefüggéseket, szabályokat.
- figyelme szétszórt; emlékezete rövidtávú; fáradékony.
- mozgás-, beszédkoordinációja fejletlen.
- akusztikus, vizuális észlelése; beszéd- és nyelvi fejlődése elmaradott.

Sajnos a diszkalkulia nemcsak alsó tagozatos jelenség, hanem előfordulása jellemző a felső tagozaton is, de még középiskolában, sőt egyetemen is találkozhatunk diszkalkuliás diákokkal.

Semmi sem bizonyítja jobban a probléma létét, mint az 1993. évi LXXIX. számú és az 1999. évi LXVIII. számú törvények, amelyek rendezik a részképességzavarban (diszlexia, diszgráfia, diszkalkulia) szenvedő tanulók jogviszonyát. Az egyik paragrafusban a következőket olvashatjuk:

„A beilleszkedési zavarral, tanulási nehézségekkel, magatartási rendellenességgel küzdő gyermek, tanuló a közösségi életbe való beilleszkedését elősegítő rehabilitációs célú foglalkoztatásra jogosult. A rehabilitációs célú foglalkoztatás a nevelési tanácsadás, az óvodai nevelés, az iskolai nevelés és oktatás keretében valósítható meg.”

Fontos, hogy a diszkalkuliát minél korábban felismerjük és a megfelelő szakemberekhez (neurológus, pszichopedagógus, logopédus, matematikatanár) forduljunk, mert minél később kezdjük el a fejlesztést, felzárkóztatást, annál nagyobb hiányosságokkal, kudarcokkal kell a tanulónak szembenézni.

3. A diszkalkulia pedagógiai vizsgálata

A pedagógiai vizsgálat a diszkalkulia vizsgálatának egyik része az orvosi és a pszichológiai vizsgálat mellett. Az orvosi vizsgálat célja a neurológiai eltérések és egyéb kóros elváltozások feltárása. A pszichológiai vizsgálat pedig a gyermek intelligencia-struktúráját és a különböző részképességek állapotát térképezi fel.

E vizsgálatokat a Nevelési Tanácsadóknál, a Pedagógiai Szakszolgáltató Központokban vagy a Tanulási Képességeket Vizsgáló Szakértői Bizottságokban végzik.

A pedagógiai (logopédiai) vizsgálat nagyon fontos része a tanuló matematikai tudásszintjéről történő tájékozódás, melyet véleményünk szerint a tanuló matematikatanára tud a legszakszerűbben elvégezni.

Mivel a diszkalkuliagyánús gyerekeknél más és más nehézségek, problémák jelentkezhetnek, így általános és minden tanulót vizsgáló feladatokat nem lehet összeállítani. Szakirodalomban találhatunk azonban olyan megfigyelési szempontokat és útmutatásokat, amelyek alapján jól felkészülhetünk és elvégezhetjük a vizsgálatot. Dékány Judit „Vizsgálati módszer diszkalkuliás gyermekek számára” című tanulmányában [5] közölt vizsgálati területek figyelembevételével készítettük el mi is szakdolgozóinkkal a pedagógiai vizsgálatok tervezeteit.

A matematika szinte mindegyik témakörének tanítása és tanulása megkívánja, hogy a tanuló biztos számfogalommal rendelkezzen. Ha a természetes számok halmazában nem tudunk teljes biztonsággal tájékozódni, akkor nem boldogulunk később az egész számokkal és a törtekkel (racionális számokkal). E számhalmazok a tantervi anyag minimumát teszik ki és a követelmények a minimumszintet jelentik. Legfontosabbnak tartottuk tehát az alábbi vizsgálati teendőket:

- (1) Saját testen, térben, síkban, időben való tájékozódás felmérése.
- (2) Számfogalmak megfigyelése, melynek összetevői:
 - (a) Számlálás növekvő, csökkenő sorrendben.
 - (b) Globális mennyiségfelismerés.
 - (c) Mennyiségi relációk alkotása, megnevezése.
 - (d) Számnév, számjegy egyeztetése.
 - (e) Számok írása, olvasása.
 - (f) Mennyiség-állandóság felmérése.
 - (g) Helyiérték-fogalom vizsgálata.
 - (h) Számemlékezet megfigyelése.
- (3) Műveletek és inverzeinek értelmezése, lejegyzése, szóbeli, írásbeli műveletvégzések technikája.

- (4) Egyszerű szöveges feladatok megoldása.
- (5) Matematikai összefüggések felismerése, szabályok megfogalmazása.

Több 5. és 6. osztályos tanulóval egyenként végeztük el a vizsgálatot, melyen két tanárjelölt is közreműködött. Az egyik irányította a tanuló munkáját (kérdések, utasítások, segítség, tanulókísérleti eszközök stb.), a másik előre összeállított megfigyelési szempontok alapján mindent feljegyzett. Volt akivel a természetes számokhoz kapcsolódó feladatsort, másokkal az egész számokat, törteket illetve mindegyik témát tartalmazót oldottuk meg. A feladatok összeállításánál figyelembe vettük az osztályfoknak megfelelő minimális tananyagot és a minimális követelményeket.

A következő vizsgálati részlet 5. osztályban a természetes számok halmazában megoldandó minimum feladatokat tartalmazza, melyet 5., 6. osztályos igen gyenge tanulókkal (egyenként) majdnem a tanév végén csináltunk meg.

(2) Számfogalmak vizsgálata:

(a) Számlálás

Az utasításnak megfelelően a tanulónak addig kell számolnia, amíg 10-es, 100-as vagy 1000-es átlépéséig nem ér.

- Számlálj 38-tól felfelé egysével és visszafelé!
- Számlálj 120-tól tízesével csökkenő sorrendben!
- Számlálj 915-től tízesével növekvő sorrendben!
- Számlálj 252-től húszasával növekvő sorrendben!
- Számlálj 512-től százasaival növekvő sorrendben!
- Számlálj 3225-től százasaival lefelé!

Tipikus hibák:

- Tízesével, húszasával, százasaival való számlálásnál a helyi és alaki értékek megváltozása minden esetben problémát okozott:

120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 201, 202, 203 stb.

- számokat kihagytak;
- irányt tévesztettek;
- egyenletlen ritmusban, lassan számoltak.

(c) Mennyiségi relációk alkotása számokkal

A gyerek diktálás után írja a számokat egymás mellé, melyek közé kell majd kitennie a megfelelő relációjeleket. A következő számcsoporttal akkor folytatjuk, ha az előzőt befejezte a tanuló.

Írd le a számokat egymás mellé, majd írd közéjük a megfelelő relációjeleket!

— 72	36	100	27	
— 421	612	621	803	521
— 3535	6034	7034	1008	4324

Tipikus hibák:

- Rosszul írták le a számokat: 6034 helyett 634;
- a relációs jelet helytelenül alkalmazták;
- bizonytalanok voltak az azonos számjegyekből álló számok közötti relációk megállapításánál: $612 \geq 621$ vagy $612 = 621$.

(g) Helyiérték-fogalom vizsgálata

A tanár által felmutatott számkártyákról kell a tanulónak a számokat kiolvasni, majd megnevezni a számjegyek helyiértégeit. Ha ez nehezen megy, akkor egy helyiérték-táblázatot adhatunk segítségül, amelybe a számot beírva tud válaszolni.

Olvasd ki a számot! Hány egyes, hány tízes, hány száz, hány ezres van ebben a számban?

- a) 162 b) 804 c) 1020

Tipikus hiba:

- A feladatot helyiérték-táblázat segítségével tudták csak megoldani.

(h) Számemlékezet megfigyelése

A tanár mindig eggyel több elemből álló számhalmazt mond a gyerekeknek, melyet vissza kell mondania. Hibás visszaemlékezés esetén a feladatot nem kell folytatni.

— 9	4				
— 2	8	6			
— 2	9	6	4		
— 6	4	8	5	3	
— 5	7	3	9	1	6

Tipikus hiba:

- Öt elemből álló számhalmaz esetén már nem tudták felidézni a számokat: inkább több számot mondtak, mint kevesebbet.

(3) Az alpműveletek elvégzésének vizsgálata:**Szóbeli összeadás**

A műveleteket a tanár szóban közli, melyeket a tanulónak hangos számolással fejben kell megoldani. Mindegyik feladat egy-egy kártyára is fel van írva, ha szükséges segítségként meg lehet mutatni.

$3 + 4 =$	$7 + 8 =$	$13 + 7 =$
$20 + 30 =$	$76 + 25 =$	$62 + 26 =$
$76 + 30 =$	$325 + 48 =$	$624 + 231 =$
$74 + 334 =$	$1024 + 5432 =$	

Tipikus hibák:

- Nem tudták megjegyezni az összeadandókat;
- rossz volt a számolási technikájuk: úgy számoltak, mintha írásban számolnának.

Írásbeli összeadás

A tanár számpárokat diktál, melyeket írásban kell összeadni.

5074, 334; 1024, 612;

Tipikus hibák:

- A számokat nem tudták helyiérték-helyesen egymás alá írni;
- rossz volt a számolási technikájuk;
- a maradékokat vagy nem tartották meg, vagy beírták az összegbe: 5074 és 334 összeadásánál az egyik gyerek „ $7 + 3 = 10$, leírom a nullát, maradt az egy; $0 + 1 = 1$, leírom az egyet, maradt a nulla” szöveget mondta.

Szóbeli kivonás

A szóbeli összeadáshoz hasonlóak az utasítások és a segítség.

$8 - 5 =$	$20 - 8 =$	$42 - 21 =$
$80 - 50 =$	$57 - 30 =$	$680 - 45 =$
$725 - 619 =$	$2145 - 102 =$	$5672 - 3031 =$

Tipikus hibák:

- Nem tudták megjegyezni a számokat: a műveletkártyák láttán úgy számoltak, mintha írásban számolnának;
- a matematika nyelvén nehezen fogalmaztak.

Írásbeli kivonás

A kisebbítendőt is és a kivonandót is diktálás után kell leírni, majd a kivonást írásban kell elvégezni.

$$305, \quad 127; \quad 1725, \quad 637;$$

Tipikus hibák:

- A helyiértékek egyeztetése rossz volt;
- a pótlást rosszul végezték, a maradékot a magasabb helyiértékhez legtöbbször nem adták hozzá.

Szóbeli szorzás

A szorzótábla ismeretének vizsgálatára irányulnak a feladatok.

$$3 * 9 = \quad 8 * 7 = \quad 6 * 6 = \quad \text{stb.}$$

Tipikus hiba:

- A szorzótábla bevésése nem történt meg.

Írásbeli szorzás

A tanár lediktálja a tényezőket és a szorzást a tanulónak írásban, hangosan mondva kell elvégezni.

$$2046 \quad 3; \quad 241 \quad 35;$$

Tipikus hibák:

- A maradékokat nem tartották meg, nem vették figyelembe;
- nem történt meg a részletszorzatoknál a helyiérték-egyeztetés.

Szóbeli osztás

A bennfoglaló tábla (osztó tábla) ismeretének vizsgálatára irányulnak a kérdések.

$$56 : 8 = \quad 72 : 9 = \quad 35 : 7 = \quad \text{stb.}$$

Tipikus hiba:

- A bennfoglaló táblát nem tudták teljes biztonsággal.

Írásbeli osztás

A tanuló írásban, hangosan mondva végezze el a tanár által lediktált műveleteket.

$$342 : 9 = \quad 5436 : 25 = \quad \text{stb.}$$

Tipikus hibák:

- Hibásan számoltak;

- **rossz volt a műveletvégzés technikája;**
- **a részhányadosokat rosszul állapították meg.**

4. A felső tagozatos tanulók tipikus matematikai hibái

A matematika szakos főiskolai hallgatók képzésük során többnyire Dr. Mosonyi Kálmán Gondolkodási hibák az általános iskolai matematikaórákon című munkája alapján ismerhették meg a tanulók matematikai gondolkodásának hibáit. A matematikai hibák megfigyelése, elemzése, előrelátása segítheti a matematikatanárt a prevencióban, a terápiában és a promócióban is. Mivel a matematikai hibák struktúrája igen szerteágazó és eltérő, napjainkban a szakirodalomban többféle csoportosításával találkozhatunk. Ezek a hibacsoportok szinte minden előforduló hibát lefednek. A teljesség igénye nélkül bemutatunk néhányat.

Bleidick (1966) az ún. Frankfurti Számolási Teszttel [5] több ezer általános és kisegítő iskolás elemi számolási fejlettségét vizsgálta. Megállapította, hogy a hibafajták 47 százaléka egyaránt előfordul az általános és a kisegítő iskolában is. A hibákat három csoportba osztotta:

- (a) Tipikus általános iskolai hibák, melyek a tanulók többségénél gyorsan megszüntethetők:
 - Ha egy nagyobb számkörre, bővebb számhalmazra térünk át, a tanulók gyakran hibáznak.
 - Az inverz műveleteket (kivonás, osztás) nehezen értelmezik, és lassabban végzik el.
 - A helyiértékek értelmezése (tizedestörtek), egyszerre több helyiértékkel való számolás nehézkes.
 - Mértékváltások, mértékegységeknél a tizedesvessző használata gyakori hibaforrás.
 - A nulla funkciószerepét rosszul értelmezik és alkalmazzák.
- (b) Tipikus kisegítő iskolai hibák:
 - Hibás tájékozódás a helyiértékrendszerben.
 - A műveletek komponenseinek helytelen használata.
 - A szorzótábla hibái, lassú felidézése.
 - Általános bizonytalanság a mértékek jelölésében és átváltásában.
 - Nehéz az egyik műveletről a másikra való átállás.
 - Problémás a szabályok megértése.
- (c) Diszkalkuliára jellemző (ún. individuális) hibák:
 - A gondolkodás általános gyengesége nehezzé teszi a matematikát.

- Hirtelen leblokkolás, újszerű feladatoknál rövidzárlat.
- Írásbeli feladatoknál rendetlen, pontatlan írás, számok felcserélése, irányváltoztatása.
- Jellemző a transzfergyengeség, figyelmetlenség, fáradékonyság.
- Általában külső segítségre van szükség a feladatok megoldásához.

Az utóbbi két hibacsoportba tartozó tanulók esetében külön fejlesztő foglalkozásokra (programokra) van szükség, melyek egyrészt a hiba megelőzését teszik lehetővé, másrészt biztosítják az osztályfoknak megfelelő szintre a felzárkóztatást is.

Javíthatóság szempontjából a hibák lehetnek:

- (a) Előzetes hiányokból származó, tartós pedagógiai segítségnyújtással eredményesen enyhíthetőek;
- (b) matematikai beállítódás miattiak;
- (c) olvasási nehézségekből adódóak;
- (d) túlterhelésből származóak.

E hibák jellemzőiről Mesterházi Zsuzsa A matematikai feladatok megoldásának hibái című tanulmányában [5] részletesebben olvashatunk.

Összefoglalva: Ha a matematikatanárban felmerül a diszkalkulia gyanúja valamely tanítványával kapcsolatban, javasolja a diszkalkulia vizsgálatot, majd a gyerek állapotának megfelelően diszkalkulia-terápiában kell a tanulót részesíteni. Ahhoz, hogy ezt minél több 10–16 éves korosztályt tanító iskolában el lehessen végezni, a matematika szakos tanárjelölteket (gyakorló tanárokat) fel kell készítenünk. Olyan ismeretek, módszerek közvetítésére van szükség, amely képessé teszi őket egy-egy pedagógiai vizsgálatához szükséges feladatlap elkészítésére, a vizsgálat elvégzésére, olyan fejlesztő programok kidolgozására, foglalkozások megtartására, amelyek lehetővé teszik a diszkalkuliás tanulók terápiáját.

Irodalom

- [1] BÓDÖR J.: Korrekciós nevelés. Tankönyvkiadó, Budapest, 1991.
- [2] CZEGLÉDY I.—OROSZ GY-NÉ.—SZALONTAI T.—SZILÁK A-NÉ.: Matematika tantárgypedagógia I. (főiskolai jegyzet) Calibra Kiadó, Budapest, 1994.
- [3] DÉKÁNY J.: Kézikönyv a diszkalkulia felismeréséhez és terápiájához. BGGYTF, Budapest, 1995.
- [4] GRISSEMANN, H.—WEBER, A.: Speciális számolási zavarok, okok és terápia. Hans Huber Kiadó, Bern, 1982.
- [5] MESTERHÁZI ZS.: Diszkalkuliáról pedagógusoknak. BGGYTF, Budapest, 1996.

- [6] GYARMATI É.: Tanulási zavarok azonosítása és kezelése az óvodában és az iskolában. *Új Pedagógiai Szemle* (Internet), 1999. november.
- [7] JUHÁSZ ZS.—NYÍRÓ K.: A matematikai tanulási zavarok: diszkalkulia. Szakdolgozat, EKF, 2000.
- [8] MÁRKUS A.: Számolási zavarok a neuropszichológia szemszögéből, *Fejlesztő Pedagógia, Különszám*, 1999.
- [9] SELIKOWITZ, M.: Diszlexia és egyéb tanulási nehézségek. Medicina Könyvkiadó Rt., Budapest, 1996.

Szilák Aladárné

Institute of Mathematics and Informatics
Eszterházy Károly College
Leányka str. 4-6.
H-3300 Eger, Hungary