S©MR ISSN 1813-3304

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports
http://semr.math.nsc.ru

Том 2, стр. A.5–A.9 (2005) УДК 517.0
MSC 01A70

САУНДЕРС МАКЛЕЙН, РЫЦАРЬ МАТЕМАТИКИ

С.С. КУТАТЕЛАДЗЕ

Abstract. This is a short obituary of Saunders Mac Lane (1909–2005).

14 апреля 2005 года в Сан-Франциско на 96-м году закончилась удивительная жизнь замечательного американского математика Саундерса Маклейна, являющегося совместно с Самуэлем Эйленбергом (1913–1998) создателем теории категорий, которая стоит в ряду самых ярких, противоречивых, амбициозных и героических математических достижений 20-го века.

Теория категорий наряду с теорией множеств служит универсальным языком современной математики. Категории, функторы и их естественные преобразования широко используются во всех разделах математики как удобные средства, позволяющие единообразно смотреть на различные конструкции и формулировать общие свойства разнообразных структур. Значение теории категорий не может быть сведено к узким рамкам удобства ее выразительных возможностей. Эта теория существенно изменила воззрения на основания математики, расширила возможности ее свободного мышления.

Теория множеств, гениальное творение Георга Кантора, в 20-м веке стала рассматриваться как единственно возможное обоснование современной математики. Математика начала превращаться в часть канторовой теории множеств. Тезис о невозможности обоснования математики вне теории множеств воспринимается многими действующими математиками, педагогами и философами как очевидный и не требующий доказательства. Парадоксальным образом теоретико-множественная установка превратилась в устойчивый догмат, то есть в явно выраженное запрещение мыслить (по меткому выражению Л. Фейербаха). Разумеется, такой доктринерский взгляд на основания математики не только ложен, но и противоречит лейтмотиву и пафосу всего творчества

Kutateladze, S.S., Saunders Mac Lane, the Knight of Mathematics.

© 2005 Кутателадзе С. С.

Поступила 10 июня 2005 г., опубликована 15 июня 2005 г.

Г. Кантора, который еще в 1883 году писал, что «*сущность математики* заключается именно в *её свободе*».

В рамках теории категорий в 1960-е годы был реализован один из наиболее амбициозных математических проектов 20-го века — была осуществлена социализация теоретико-множественной математики. Возникла теория топосов, предоставляющая широкий класс категорий, в рамках которого обычная теория множеств может восприниматься как рядовой индивидуум. Тем самым математика получила новое бесконечное множество степеней свободы. В основе этой свободы лежит теория категорий, ведущая отсчет со статьи С. Маклейна и С. Эйленберга “General Theory of Natural Equivalences,” представленной Американскому математическому обществу 8 сентября 1942 года и опубликованной в 1945 году в журнале *Transactions of the AMS*.

Маклейн — автор или соавтор более ста научных статей и шести монографий: A Survey of Modern Algebra (1941, 1997, совместно с G. Birkhoff); Homology (1963); Algebra (1967, совместно с G. Birkhoff); Categories for the Working Mathematician (1971); Mathematics, Form and Function (1985); Sheaves in Geometry and Logic: A First Introduction to Topos Theory (1992, совместно с Ieke Moerdijk).

Маклейн был научным руководителем 39 диссертаций на степень Ph.D. Среди его учеников были А. Путнам, Дж. Томсон, И. Капланский и многие другие известные ученые. Он был избран в Национальную академию наук США в 1949 году и получил в 1989 году высшую научную награду США — Национальную медаль науки. Маклейн был вице-президентом Национальной академии наук США и Американского философского общества, избирался президентом Американского математического общества и Математической ассоциации Америки. Он немало способствовал модернизации школьных программ по математике. Маклейн получил почетные степени ряда университетов и обладал солидным набором престижных математических наград. Маклейн при жизни стал легендарной фигурой науки США.

Маклейн родился 4 августа 1909 года в Норвике около Тафтвилля, штат Коннектикут, в семье священника-евангелиста и был крещен как Лесли Саундерс Маклейн. Имя Лесли предложила нянька, но маме оно не нравилось и через месяц отец возложил руку на голову сына и, обратившись глазами к богу, сказал “Leslie forget.” Отец и его братья сменили фамилию и вместо MacLean стали писаться MacLane, чтобы их не считали ирландцами. Пробел — Mac Lane — добавил сам Маклейн много позже по просьбе своей первой жены Дороти. Так сам Маклейн рассказывает о своем имени в автобиографии, вышедшей в свет уже после его кончины.

Отец Маклейна умер, когда мальчику было 15 лет и заботу о Саундерсе взял на себя его дядя Джон, оплативший учебу в Йеле. Первоначально Саундерса привлекала химия, но все изменилось после знакомства с дифференциальным и интегральным исчислением по учебнику Лонгли и Вильсона (позднее превратившегося в учебник Гренвилля с соавторами). В университетские годы проявилась любовь Маклейна к философии и основаниям математики. Большое впечатление у него оставил новый трехтомник Рассела и Уайтхеда — знаменитая Principia Mathematica. На формирование математических вкусов Маклейна существенно повлияли лекции молодого ассистент-профессора Ойстейна Оре, норвежского ученика школы Эмми Нётер. После окончания Йеля, Маклейн продолжил образование в Университете Чикаго, где на него большое впечатление произвели Э. Моор, Л. Диксон, Дж. Блисс, М. Морс и др. Маклейн склонялся к подготовке Ph.D. диссертации по логике, но такой возможности в Чикаго не было, и Саундерс решил продолжить образование в Геттингене.

Учеба в Германии в 1931–1933 годах имела колоссальное значение для становления таланта и личности Маклейна. Хотя Гильберт уже вышел на пенсию, он по-прежнему читал еженедельные лекции по философии и другим общим вопросам. Преемником Гильберта был Герман Вейль, прибывший из Цюриха и находившийся в расцвете своего таланта. По совету Вейля Саундерс стал посещать лекции по линейным ассоциативным алгебрам Эмми Нётер, которую Вейль назвал «равной каждому из нас». Здесь в Математическом институте Маклейн общался с Э. Ландау, Р. Курантом, Г. Герглоцем, О. Нейгебауером, О. Тейхмюллером и многими другими. Его консультантом по диссертации «Сокращенные доказательства в логическом исчислении» стал П. Бернайс. В феврале 1933 года в Германии к власти пришли фашисты. Начался разгул антисемитизма и один из первых и сильнейших ударов пришелся по Математическому институту. Молодым людям в качестве прививки стоит ознакомиться с замечательной статьей Маклейна "Mathematics at Göttingen under the Nazis" в журнале *Notices of the AMS*, **42**:10, 1134–1138 (1995).

Осенью 1933 года Маклейн с Дороти Джонс Маклейн, на которой он женился в Германии, вернулись в Штаты. Академическая карьера Маклейна проходила в основном в Гарварде, а с 1947 года — в Чикаго.

Оценить вклад Маклейна в математику легко и просто. Достаточно воспроизвести слова А. Г. Куроша из предисловия к русскому переводу классической книги Маклейна «Гомология»:

> *Автор книги, профессор Чикагского университета, является одним из самых видных современных американских алгебраистов и топологов. Его роль в гомологической алгебре, как и в теории категорий, — это роль одного из основоположников и создателей этой области.*

Гомологическая алгебра реализует замечательный проект алгебраизации топологических пространств, сопоставляя каждому такому пространству X последовательность абелевых групп гомологий $H_n(X)$. При этом каждое непрерывное отображение $f : X \to Y$ из X в Y порождает семейство гомоморфизмов групп гомологий $f_n : H_n(X) \to H_n(Y)$. Предметом гомологической алгебры является вычисление гомологий.

Исследования по гомологической алгебре и теории категорий Маклейн вел с Эйленбергом, с которым они познакомились в 1940 году. Эйленберг прибыл из Польши за два года до этого. Заметив сходство алгебраических вычислений Маклейна с теми, что он встречал в алгебраической топологии, Эйленберг предложил Маклейну сотрудничество. Союз Эйленберга и Маклейна длился четырнадцать лет и материализовался пятнадцатью совместными статьями, во многом изменившими математическое лицо 20-го века.

Жемчужиной этого сотрудничества стала теория категорий. Маклейн всегда считал теорию категорий «естественным и, возможно, неизбежным аспектом упора математики 20-го века на аксиоматические и абстрактные методы», проистекающие из общих тенденций алгебры и функционального анализа. Он подчеркивал, что даже если бы Эйленберг и он не предложили эту теорию, она с необходимостью возникла бы у других математиков. Среди таких потенциальных изобретателей новой концепции Маклейн называл К. Шевалле, Г. Хопфа, Н. Стинрода, А. Картана, Ш. Эресмана и Дж. фон Неймана.

По мнению Маклейна концепции теории категории были близки методологическим установкам проекта Н. Бурбаки. К последнему он относился с большой симпатией и был на пороге участия в нем (препятствием послужили лингвистические проблемы). Однако даже более позднее появление Эйленберга в составе участников проекта Бурбаки не смогло преодолеть некоторого отчуждения и «категоризовать Бурбаки» с помощью теории нефранцузского происхождения, как изящно выразился как-то сам Маклейн, не удалось. Интересно отметить в этой связи, что сам термин «теория категорий» возник у её авторов из общего интереса к философии и, в частности, в мыслях об Иммануиле Канте.

Теория множеств царствует в современной математике. Шутовская роль «абстрактной чепухи» в математике отведена теории категорий. Из истории и литературы общеизвестно, сколь сложны и непредсказуемы отношения и взгляды правителя и шута. Нечто подобное наблюдается во взаимосвязях и взаимозависимостях теории множеств и теории категорий.

С логической точки зрения теория множеств и теория категорий суть теории первого порядка. Первая оперирует множествами и отношением принадлежности между ними. Вторая говорит об объектах и морфизмах (или стрелках). Большой разницы между атомарными формулами $a \in b$ и $a \to b$, конечно, нет. Однако содержательная разница между понятиями, формализованными этими атомарными формулами, колоссальна. Стационарному миру Цермело — Френкеля, перенасыщенному копиями равномощных множеств, противостоит свободный мир категорий — ансамблей произвольной природы, определяемых динамикой своих преобразований.

Индивидуализированные дуализмы теории множеств, зависящие от выбора специальных реализаций изучаемой пары объектов, уступили место универсальным *естественным преобразованиям* теории категорий. Наиболее ярким первым достижением теории категорий стала унификация аксиоматической теории гомологий. Вместо многообразных гомологических концепций топологических пространств (симплициальной гомологии многогранника, сингулярных и чеховских гомологий, гомологии Вьеториса и т. п.) уже в 1952 году Эйленберг и Стинрод предложили новое понимание любой гомологической или когомологической теории как функтора из изучаемой категории пространств в категорию групп. Аксиоматический подход к определению такого функтора оказал определяющее воздействие на дальнейшее развитие гомологической алгебры и алгебраической топологии. Изучение гомологий пространств Эйленберга — Маклейна и развитие ацикличных моделей продемонстрировали силу идей теории категорий, привели к широкому использованию симплициальных множеств в K-теории и теории пучков.

Маклейн в 1948 году предложил понятие абелевой категории, обобщающей категории абелевых групп и векторных пространств, игравших особые роли в первых работах по аксиоматической теории гомологий. Абелевы категории были переоткрыты в 1953 году и стали важным орудием в работах по гомологической алгебре Картана, Эйленберга и их последователей.

Замечательные продвижения в теории категорий связаны с именами А. Гротендика и Ф. У. Ловера. Созданная ими теория топосов возникла при «элиминации точек», развивающей идею необходимой инвариантности изучаемых в математике объектов. На этом пути возникли представления о переменных множеств, приведшие к концепции топоса и созданию социума теоретико-множественных моделей.

Категорию называют *элементарным топосом*, если она декартово замкнута и имеет классификатор подобъектов. Истоки топосов лежат в теории пучков и топологии Гротендика. Развитию понятия топоса послужили как поиск категорной аксиоматизации теории множеств, так и исследования метода форсинга и нестандартных моделей теории множеств Д. Скотта, Р. Соловея и П. Вопенки. В новых рамках свое естественное место заняли булевозначные модели как топосы, реализующие аристотелеву логику и открывающие царский путь к решению проблемы континуума, данному К. Гёделем и П. Дж. Коэном. Эти топосы стали основной ареной современного булевозначного анализа.

Прощаясь с Маклейном, читая его искреннюю автобиографию, страстную полемику с Ф. Дайсоном и глубокие общематематические работы последних лет, невозможно не заразиться юношеской преданностью математике и ее творцам. Его блестящие эссе “Despite Physicists, Proof Is Essential in Mathematics” и “Proof, Truth, and Confusion” — гимн математике, немыслимой без доказательств.

> *Let me summarize where we have come. As with any branch of learning, the real substance of mathematics resides in the ideas. The ideas of mathematics are those which can be formalized and which have been developed to fit issues arising in science or in human activity. Truth in mathematics is approached by way of proof in formalized systems. However, because of the paradoxical kinds of self-reference exhibited by the barn door and Kurt Gödel, there can be no single formal system which subsumes all mathematical proof. To boot, the older dogmas that “everything is logic” or “everything is a set” now have competition —“everything is a function.” However, such questions of foundation are but a very small part of mathematical activity, which continues to try to combine the right ideas to attack substantive problems. Of these I have touched on only a few examples: Finding all simple groups, putting groups together by extension, and characterizing spheres by their connectivity. In such cases, subtle ideas, fitted by hand to the problem, can lead to triumph.*
>
> *Numerical and mathematical methods can be used for practical problems. However, because of political pressures, the desire for compromise, or the simple desire for more publication, formal ideas may be applied in practical cases where the ideas simply do not fit. Then confusion arises — whether from misleading formulation of questions in opinion surveys, from nebulous calculations of airy benefits, by regression, by extrapolation, or otherwise. As the case of fuzzy sets indicates, such confusion is not fundamentally a trouble caused by the organizations issuing reports, but is occasioned by academicians making careless use of good ideas where they do not fit.*
>
> *As Francis Bacon once said, “Truth ariseth more readily from error than from confusion.” There remains to us, then, the pursuit of truth, by way of proof, the concatenation of those ideas which fit, and the beauty which results when they do fit.*

Так писал Саундерс Маклейн, великий гений, творец, хозяин и слуга математики. Беззаветные преданность идеалам истины и свободомыслия нашей древней науки сделали его вечным и трагикомичным математическим Рыцарем Печального Образа...

Семен Самсонович Кутателадзе
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН
пр. Академика Коптюга, 4
630090, Новосибирск, Россия
E-mail address: sskut@math.nsc.ru